



مدل کردن نیروها و اتصالات در دو بعد:

MODELING THE ACTION OF FORCES IN TWO-DIMENSIONAL ANALYSIS	
Type of Contact and Force Origin	Action on Body to Be Isolated
<p>1. Flexible cable, belt, chain, or rope</p> <p>Weight of cable negligible</p> <p>Weight of cable not negligible</p>	<p>Force exerted by a flexible cable is always a tension away from the body in the direction of the cable.</p>
<p>2. Smooth surfaces</p>	<p>Contact force is compressive and is normal to the surface.</p>
<p>3. Rough surfaces</p>	<p>Rough surfaces are capable of supporting a tangential component F (frictional force) as well as a normal component N of the resultant contact force R.</p>
<p>4. Roller support</p>	<p>Roller, rocker, or ball support transmits a compressive force normal to the supporting surface.</p>
<p>5. Freely sliding guide</p>	<p>Collar or slider free to move along smooth guides; can support force normal to guide only.</p>

کابل یا زنجیر یا تسمه


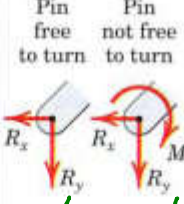

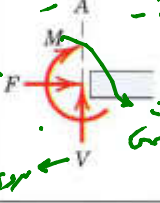

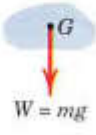
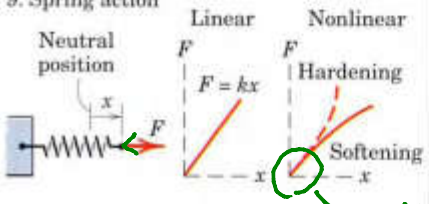

سطوح صاف (بدون اصطکاک)

سطوح زبر (با اصطکاک)

پشتی چرخه یا گوی

راهنمای درون اصطکاک

نیرو کشش
نیرو فشرده

MODELING THE ACTION OF FORCES IN TWO-DIMENSIONAL ANALYSIS (cont.)	
Type of Contact and Force Origin	Action on Body to Be Isolated
<p>6. Pin connection</p> 	<p>Pin free to turn Pin not free to turn</p>  <p>A freely hinged pin connection is capable of supporting a force in any direction in the plane normal to the axis; usually shown as two components R_x and R_y. A pin not free to turn may also support a couple M.</p>
<p>7. Built-in or fixed support</p> 	 <p>A built-in or fixed support is capable of supporting an axial force F, a transverse force V (shear force), and a couple M (bending moment) to prevent rotation.</p>
<p>8. Gravitational attraction</p> 	 <p>The resultant of gravitational attraction on all elements of a body of mass m is the weight $W = mg$ and acts toward the center of the earth through the center mass G.</p>
<p>9. Spring action</p> 	 <p>Spring force is tensile if spring is stretched and compressive if compressed. For a linearly elastic spring the stiffness k is the force required to deform the spring a unit distance.</p>

له اتصال مصلی

ایله مصلی
کجه مصلی مصلی مصلی

مصلی مصلی مصلی

مصلی مصلی مصلی

مصلی مصلی مصلی

مصلی مصلی

برای رسم رسم آزاد:

1) جسم خود را انتخاب کنید و در محیط اطرافش تمام اجزای

2) محورهای مختصات مناسب را انتخاب کنید.

3) تمام نیروهای در مبداءات (یعنی از سوئی به شخص دقیق جهت آن را مشخص کنید)

* راستای شروع را در جهت انتخاب کنید (یعنی از سوئی به شخص دقیق جهت آن را مشخص کنید)

بسیار قانون سردستی: وقتی در جسم رسم محیط اطراف تمام اجزای در اطراف جسم شروع کرده بروی هر

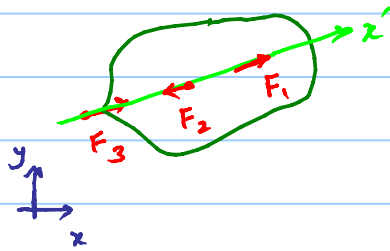
محیط آن جسم، سرعتی اولیای برداریم!

سیستم نیروی متعادل در دو بعد :

$\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0, \Sigma M_z = 0$

- معادلات تعادل در دو بعد :

معادله با عدالت (!!) - محور اول محاسبه می شود

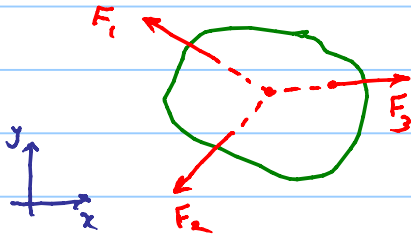


$\Sigma F_{x'} = 0$

این معادله مستقل نیست \rightarrow

(1) نیروها هم راستا در هم خط

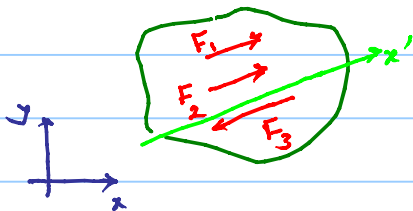
(2) نیروها متعامد



$\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0$

در حضور 2 معادله تا آنجا که معادله جدیدی با $\Sigma M = 0$ حول نقطه نظر انتخاب نماند.

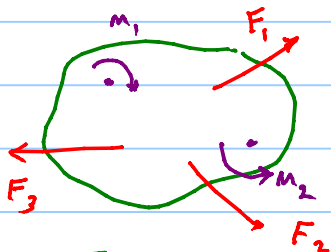
(3) نیروها موازی (در غیر هم خط)



$\Sigma F_{x'} = 0$
 $\Sigma M_z = 0$

2 جمله بسیار زیاده \rightarrow

(4) حالت کلی سیستم نیروی



$\Sigma F_x = 0$
 $\Sigma F_y = 0$
 $\Sigma M_z = 0$

سه جمله بسیار زیاده \Rightarrow

$\Sigma M_A = 0$
 $\Sigma M_B = 0$
 $\Sigma M_C = 0$

L

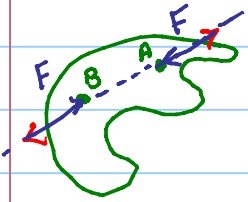
$\Sigma F_x = 0$
 $\Sigma M_A = 0$
 $\Sigma M_B = 0$

A, B, C و ... موازی است \rightarrow
خط راست باشند

$\rightarrow AB \neq x \text{ و } y$
(جواب)

* اجسام خاص :

- حجم نیروی : اجسام نقطه 2 نیرو به آن وارد شود (تبدیل شکل استاتی)

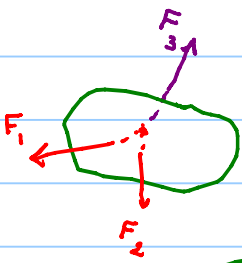


- جهت برداری متقابل این جسم ، نیروهای مساوی ، مختلف الحوت ، هم خط و

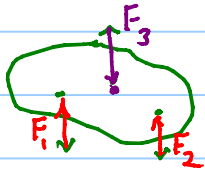
در امتداد دو قطر اعمال می شوند . (جهت نیروها برادر این گونه اجسام به چند جسم ارتباط ندارد)

- حجم سه نیروی : اجسام نقطه 3 نیرو به آن وارد شود

- جهت متقابل این جسم ، سه نیروی هم منفرجه باشند

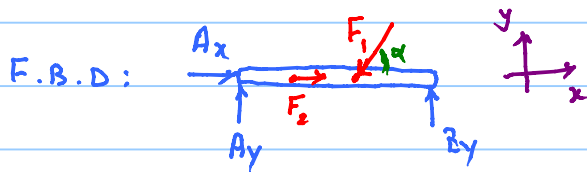
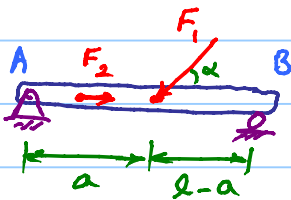


در یک مستطیل باشند ، نیروی هم از یک قطر سطح در نیروی دیگر دردی نیروها متعامد اند



دیگر موازی باشند ، نیروی هم با آن موازی است به سیم نیروی موازی

نکته - در مثل بر ، نیروها همیشه هم موازی باشند



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x + F_2 - F_1 \cos \alpha = 0 \Rightarrow A_x = F_1 \cos \alpha - F_2$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + B_y - F_1 \sin \alpha = 0 \Rightarrow A_y + \frac{a}{l} F_1 \sin \alpha - F_1 \sin \alpha = 0 \Rightarrow A_y = \frac{l-a}{l} F_1 \sin \alpha$$

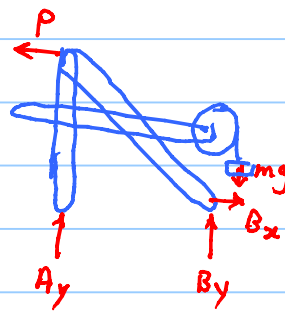
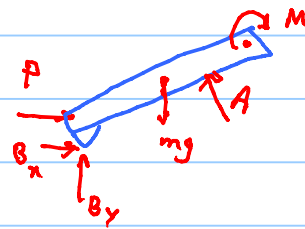
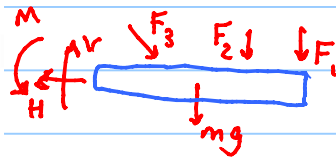
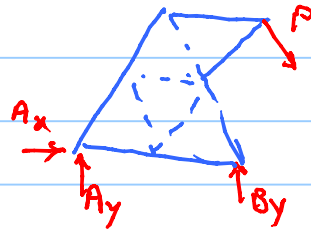
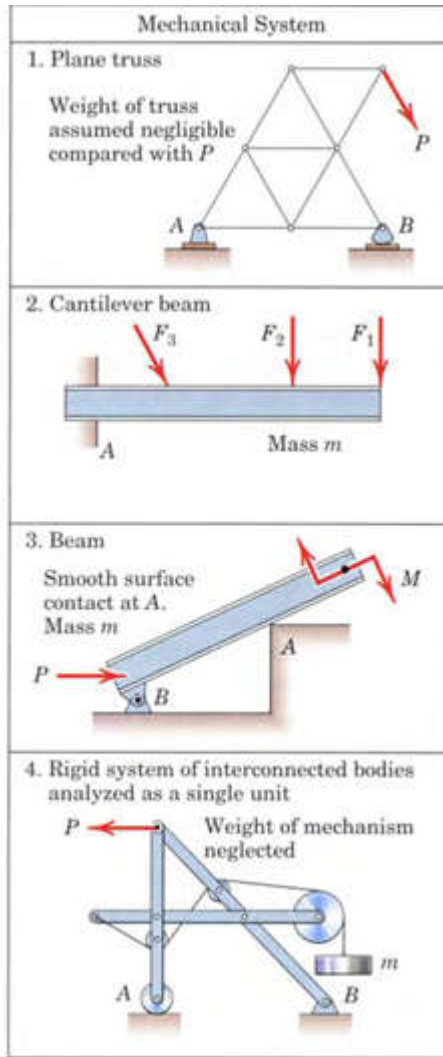
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow B_y \cdot l - (F_1 \sin \alpha) a = 0 \Rightarrow B_y = \frac{a}{l} F_1 \sin \alpha$$

حالت خاصی : $a \rightarrow 0$: $\begin{cases} A_y \rightarrow F_1 \sin \alpha \\ B_y \rightarrow 0 \end{cases}$

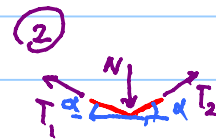
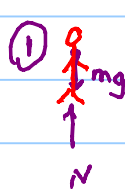
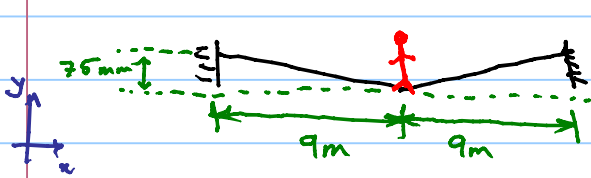
$a < \frac{l}{2} \rightarrow A_y > B_y$

تمام نیروها را A_y محل می دهند

سوال - برآیند نیروی کشش داده شده، مطابق زراد (F.B.D.) برآیند کنید.



سوال - یک بند با جرم 50 kg، مطابق شکل بر روی قضای در حال تعادل است. نیروی کشش قضای چقدر است؟

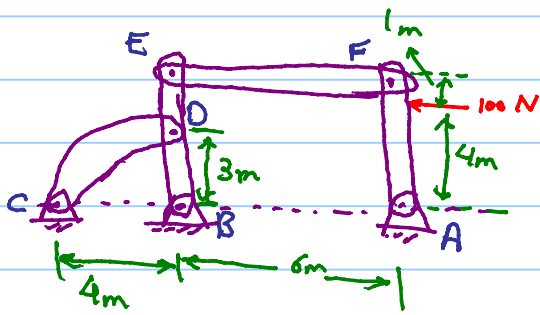


$$(1) \quad \sum F_y = 0 \Rightarrow N - mg = 0 \Rightarrow N = mg$$

$$(2) \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow -T_1 \cos \alpha + T_2 \cos \alpha = 0 \Rightarrow T_1 = T_2$$

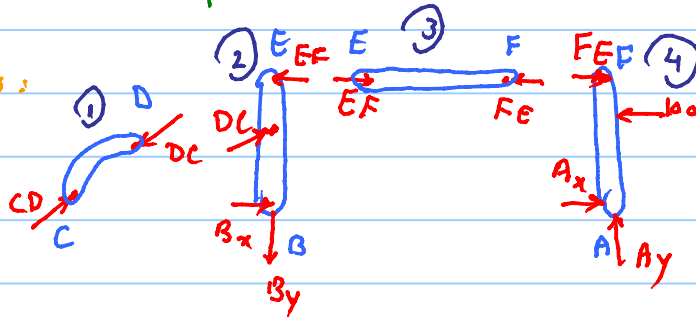
$$\sum F_{y2} = 0 \Rightarrow 2T_1 \sin \alpha - N = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{mg}{2 \sin \alpha} = \frac{50 \times 9.81}{2 \times \frac{0.075}{9}} \Rightarrow T_1 = 29.43 \text{ kN}$$

سؤال - در مثل زیر نیروهای برده شده را با استفاده از (ارزخ اعضا و نیروها) تعیین کنید.



اعضای نیروی هستند: EF و CD*

F.B.D s:



$$\textcircled{1} \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow CD = DC, \quad \textcircled{3} \quad FE = EF$$

$$\textcircled{4} \quad \sum F_x = 0 \Rightarrow FE + A_x - 100 = 0 \Rightarrow A_x = 100 - 80 \Rightarrow \underline{A_x = 20 \text{ N}}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \underline{A_y = 0}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow FE \times 5 - 100 \times 4 = 0 \Rightarrow \underline{FE = 80 \text{ N}}$$

$$\textcircled{2} \quad \sum M_B = 0 \Rightarrow -80 \times 5 + (DC \times \frac{4}{5}) \times 3 \Rightarrow \underline{DC = \frac{500}{3} = 166.7 \text{ N}}$$

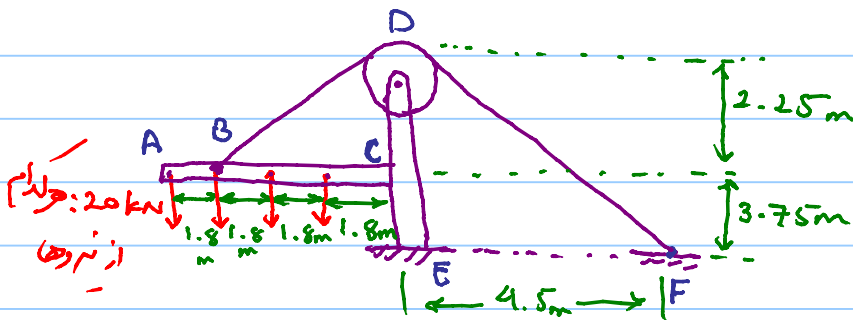
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \frac{500}{3} \times \frac{3}{5} - B_y = 0 \Rightarrow \underline{B_y = 100 \text{ N}}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow \frac{500}{3} \times \frac{4}{5} + B_x - 80 = 0 \Rightarrow \underline{B_x = -53.3 \text{ N}}$$

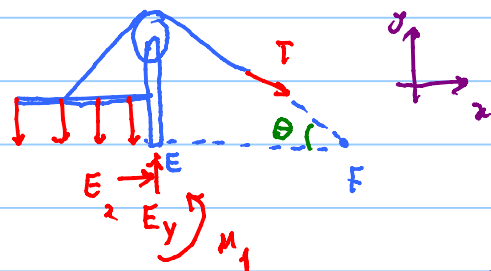
$$\Rightarrow |A| = 20 \text{ N}, \quad \begin{cases} |B| = 113.3 \text{ N} \\ \theta = -11.8^\circ \end{cases}$$

- منظور از B_x به این معنی است که جهت نیروی B_x در جهت x است، و چون B_x منفی است، پس جهت آن در جهت x مخالف است.

سوال - در وصل زیر، نیروی کش در طناب شان داده شده 150 kN است. عکس العمل‌های تیرها را در محضی E را بیابید.



F.B.D :



$$\cos\theta = \frac{3}{5}, \quad \sin\theta = \frac{4}{5}$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow E_x + 150 \times \frac{3}{5} = 0 \Rightarrow \underline{E_x = -90 \text{ kN}}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow E_y - 4 \times 20 - 150 \times \frac{4}{5} = 0 \Rightarrow \underline{E_y = +200 \text{ kN}}$$

$$\sum M_E = 0 \Rightarrow M_1 + 20(4 \times 1.8 + 3 \times 1.8 + 2 \times 1.8 + 1.8) - (150 \times \frac{4}{5}) \times 4.5 = 0$$

$$\Rightarrow \underline{M_1 = +180 \text{ kN.m}}$$

سوال: - از طرف سیم‌بند AC، در تیر C، چه نیروهای به سیم‌بند ED وارد می‌شود؟

- دوه راه صورت فخر بررسی کرده و نیروی وارد شده در تیر آن را محضی تیر را در دست

به آن از طرف کامل را می‌تواند.

سیستم نیروی متعادل در سه بعد :

$$\sum F_x = 0, \sum F_y = 0, \sum F_z = 0$$

- معادلات تعادل در سه بعد :

$$\sum M_x = 0, \sum M_y = 0, \sum M_z = 0$$

تشن معادله با حد اکثر (!!) تشن مجهول محاسبه می شود

CATEGORIES OF EQUILIBRIUM IN THREE DIMENSIONS		
Force System	Free-Body Diagram	Independent Equations
1. Concurrent at a point		$\sum F_x = 0$ $\sum F_y = 0$ $\sum F_z = 0$
2. Concurrent with a line		$\sum F_x = 0$ $\sum F_y = 0$ $\sum F_z = 0$ $\sum M_y = 0$ $\sum M_z = 0$
3. Parallel		$\sum F_x = 0$ $\sum F_y = 0$ $\sum F_z = 0$ $\sum M_y = 0$ $\sum M_z = 0$
4. General		$\sum F_x = 0$ $\sum F_y = 0$ $\sum F_z = 0$ $\sum M_x = 0$ $\sum M_y = 0$ $\sum M_z = 0$

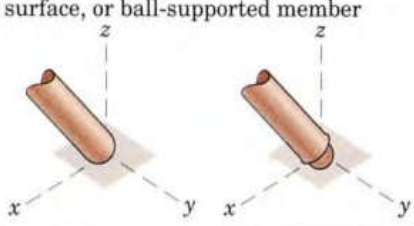
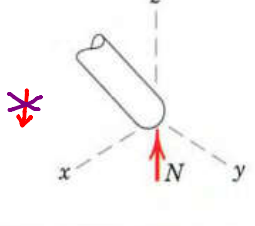
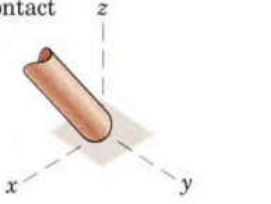
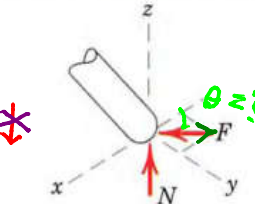
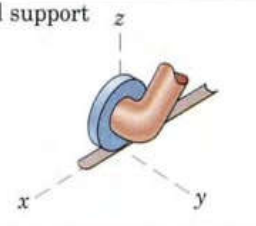
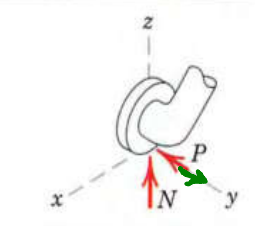
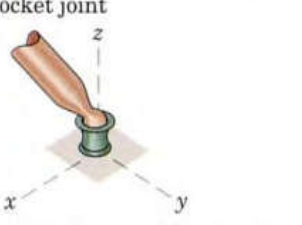
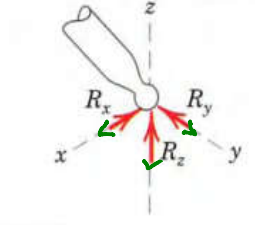
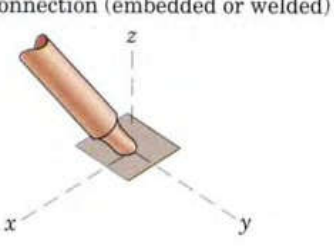
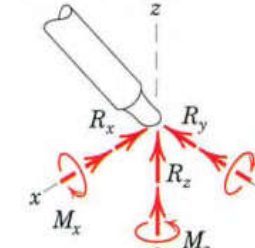
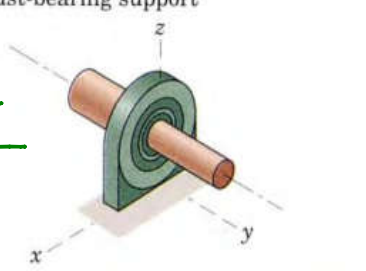
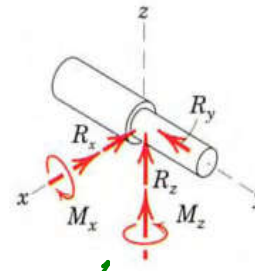
لے سیستم نیروی متعادل

لے متعادل با یک خط

لے سیستم نیروی موازی

لے در حالت کلی

محل کردن نیروها و اتصالات در سه بعد:

MODELING THE ACTION OF FORCES IN THREE-DIMENSIONAL ANALYSIS	
Type of Contact and Force Origin	Action on Body to Be Isolated
<p>1. Member in contact with smooth surface, or ball-supported member</p> 	<p>Force must be normal to the surface and directed toward the member.</p> 
<p>2. Member in contact with rough surface</p> 	<p>The possibility exists for a force F tangent to the surface (friction force) to act on the member, as well as a normal force N.</p> 
<p>3. Roller or wheel support with lateral constraint</p> 	<p>A lateral force P exerted by the guide on the wheel can exist, in addition to the normal force N.</p> 
<p>4. Ball-and-socket joint</p> 	<p>A ball-and-socket joint free to pivot about the center of the ball can support a force R with all three components.</p> 
<p>5. Fixed connection (embedded or welded)</p> 	<p>In addition to three components of force, a fixed connection can support a couple M represented by its three components.</p> 
<p>6. Thrust-bearing support</p> 	<p>Thrust bearing is capable of supporting axial force R_y as well as radial forces R_x and R_z. Couples M_x and M_z must, in some cases, be assumed zero in order to provide statical determinacy.</p> 

سطوح خوار (بدون اصطکاک)

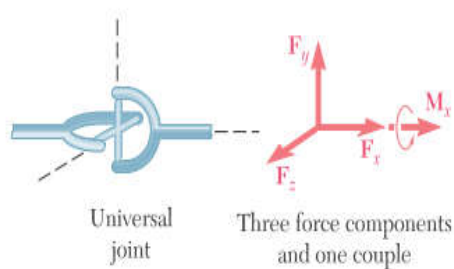
له سطح خوار (با اصطکاک)

له راهنمای بین اصطکاک

له مگره گانه ساکن ای

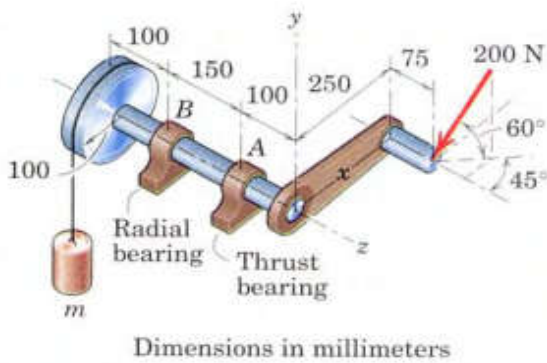
له سنده درگیر ایستاد

له سنده گاه متحرک (آسانسور)

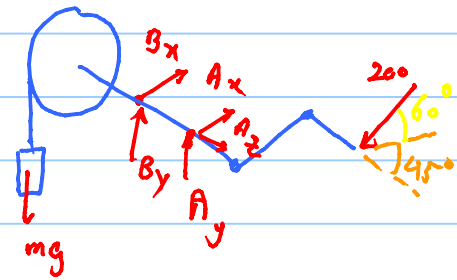


له دیگانه های M_x, M_y, M_z روی آنها فرض در نظر نگیریم
 فرض R_y را نیز ضمن در نظر گرفتن M_x و M_z در صورت سوال
 اشاره شده باشد که این سنده گاه ای نیروی گریز بر یکدیگر نداشته

مثال - در سطح بزرگ عمود بر محورهای شعاعی را محلی می‌کنند. در حال حاضر عمود A و عمود نیروی شعاعی را عمود B در نظر بگیرید. در رسم در حال تعادل باشد، جسم m و نیروهای عمود A و B را بدست آورید.



F.B.D:



$$\left. \begin{aligned} \sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \\ \sum F_x = 0 \Rightarrow A_x + B_x - 200 \cos 60^\circ \sin 45^\circ = 0 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow B_y + A_y - 9.81 m - 200 \sin 60^\circ = 0 \\ \sum F_z = 0 \Rightarrow A_z - 200 \cos 60^\circ \cos 45^\circ = 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\sum \vec{M}_A = \vec{0} \Rightarrow (0, 0, -0.15) \times (B_x, B_y, 0) +$$

$$(-0.1, 0, -0.25) \times (0, -9.81 m, 0) +$$

$$(0.25, 0, 0.175) \times (-200 \cos 60^\circ \sin 45^\circ, -200 \sin 60^\circ, -200 \cos 60^\circ \cos 45^\circ) = \vec{0}$$

$$\rightarrow m = 44.1 \text{ kg}$$

$$A_x = 35.4 \text{ N}$$

$$A_y = 86.8 \text{ N} \quad \rightarrow A_r = 93.7 \text{ N}, A = 117.4 \text{ N}$$

$$A_z = 70.7 \text{ N}$$

$$\hookrightarrow \sqrt{A_x^2 + A_y^2} \quad \hookrightarrow \sqrt{A_r^2 + A_z^2}$$

$$B_x = 35.4 \text{ N}$$

$$\Rightarrow B_y = 521 \text{ N}$$

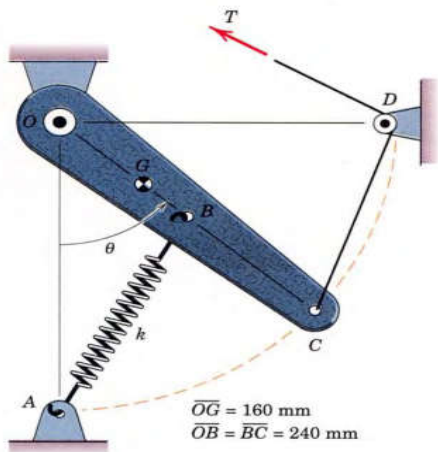
$$B_y = 520 \text{ N}$$

بابت در برابر متبل محور AB و سایر نیروها در این، جسم m به راحتی می‌تواند

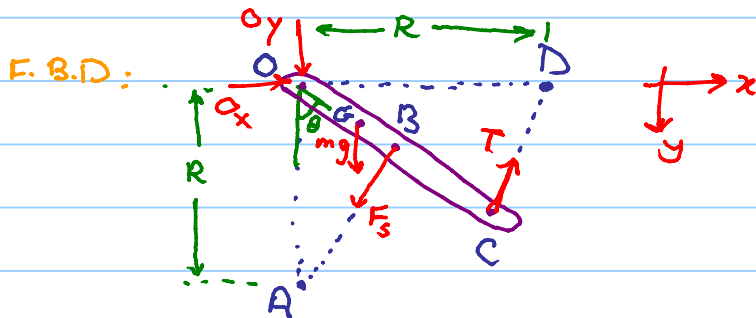
سند کاسپوری - نیک OC ، دارای جرم و طول ۱.۵ برده و در مرکز جرم آن در G واقع است . یک فنر به $\frac{25}{m}$ برده

و در $\theta = 0$ در طول آن را خود قرار دارد . مقدار نیروی کشش طناب T برابر تعداد اسامی نیک در محدوده $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$.

را به صورت تابعی از θ بدست آورده و آن را رسم کنید .



$$\overline{OB} = \frac{R}{2}, \quad \overline{OG} = \frac{R}{3}$$



$$\begin{aligned} C &= R \sin \theta \mathbf{i} + R \cos \theta \mathbf{j} \\ D &= R \mathbf{i} \end{aligned} \Rightarrow \vec{CD} = R(1 - \sin \theta) \mathbf{i} - R \cos \theta \mathbf{j}, \quad \hat{e}_{CD} = \frac{\vec{CD}}{|\vec{CD}|} \quad (\theta \neq \frac{\pi}{2})$$

$$\vec{T} = T \hat{e}_{CD} = T \cdot \frac{\vec{CD}}{|\vec{CD}|} \Rightarrow \vec{T} = \frac{R(1 - \sin \theta) \mathbf{i} - R \cos \theta \mathbf{j}}{\sqrt{R^2(1 - \sin \theta)^2 + R^2 \cos^2 \theta}} \cdot T$$

$$\vec{OC} = R \sin \theta \mathbf{i} + R \cos \theta \mathbf{j}$$

$$\begin{aligned} A &= R \mathbf{j} \\ B &= \frac{R}{2} \sin \theta \mathbf{i} + \frac{R}{2} \cos \theta \mathbf{j} \end{aligned} \Rightarrow \vec{BA} = -\frac{R}{2} \sin \theta \mathbf{i} + R(1 - \frac{1}{2} \cos \theta) \mathbf{j}$$

$$\Rightarrow \hat{e}_{BA} = \frac{\vec{BA}}{|\vec{BA}|}$$

$$|\vec{F}_{\text{spring}}| = k(L(\theta) - L_0)$$

$$\Delta_{OBA} : L(\theta) = \sqrt{R^2 + \left(\frac{R}{2}\right)^2 - 2R \cdot \frac{R}{2} \cos\theta} \quad , \quad L_0 = L(\theta=0) = \frac{R}{2}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_{\text{spring}} = |\vec{F}_{\text{spring}}| \cdot \hat{e}_{BA}$$

$$\vec{OB} = \frac{R}{2} \sin\theta \hat{i} + \frac{R}{2} \cos\theta \hat{j}$$

$$\vec{W} = mg \hat{j}$$

$$\vec{OG} = \frac{R}{3} \sin\theta \hat{i} + \frac{R}{3} \cos\theta \hat{j}$$

$$\Rightarrow \sum \vec{M}_O = \vec{0} \Rightarrow \vec{OC} \times \vec{T} + \vec{OB} \times \vec{F}_{\text{spring}} + \vec{OG} \times \vec{W} = \vec{0}$$

\Rightarrow حل با استفاده از MATLAB (یا به سبب هر روش دیگر)

$$T = \frac{((2R^2 - 2R^2 \sin(\theta))^{1/2} ((R^2 k \sin(\theta))/2 - (R^3 k \sin(\theta))/(4((5R^2)/4 - R^2 \cos(\theta))^{1/2}) + (R^3 g m \sin(\theta))/3)) / (R^2 \cos(\theta))$$

;) !

