جلسه دهم و یازدهم

۳-۱ سنسورهای اندازه‌گیری دما

از جمله مهمترین کمیت مورد نیاز برای اندازه‌گیری، دما می باشد.

یک روش متداول در اندازه‌گیری دما، توجه به انبساط حرارتی ناشی از افزایش دما می باشد.

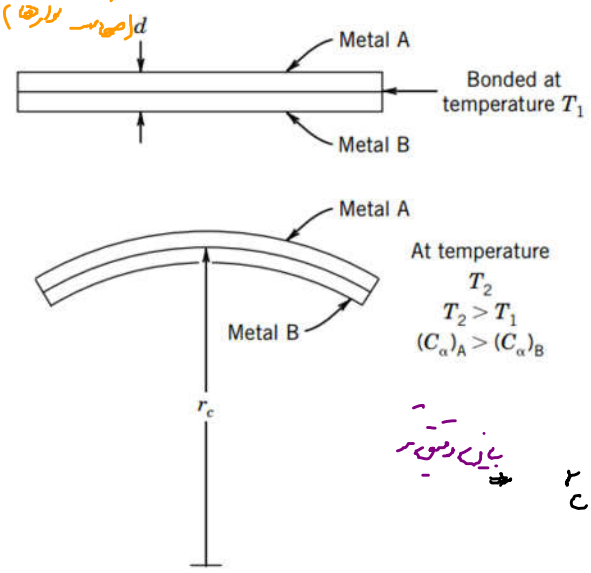
$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

ضریب انبساط حرارتی — طول اولیه — تغییر دما

به دلیل کوچک بودن تغییرات طول، به راحتی نمی‌توان ΔL را اندازه‌گیری کرد. به همین دلیل سعی می‌شود از این خاصیت استفاده نکنیم.

۳-۱-۱ ترمومتر دوفلزی (Bimetallic-strip thermometer)

- این دماسنج بر اساس انبساط تفاضلی عمل می‌کند.



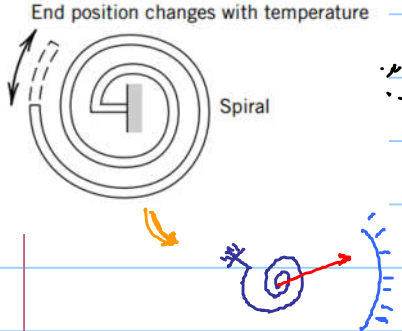
$$r_c \propto \frac{d}{[(C_\alpha)_A - (C_\alpha)_B](T_2 - T_1)}$$

شعاع انحنا — ضخامت نوارها — اختلاف ضرایب انبساط — اختلاف دما

با این دستگاه

$$r_c = \frac{\left[3(1+r_h)^2 + (1+r_h r_E)\left(r_E^2 + \frac{1}{r_h r_E}\right)\right] d}{6(\alpha_1 - \alpha_2)(1+r_h)^2 (T_2 - T_1)}$$

$r_h = \frac{h_2}{h_1}$ (نسبت ضخامت‌ها) ، $r_E = \frac{E_2}{E_1}$ (نسبت مدول یانگ‌ها)



- با افزایش $\frac{1}{r_c}$ (= انحنا) شامل ضخامت d، اختلاف $\alpha_1 - \alpha_2$، ... حساسیت دماسنج افزایش می‌یابد.

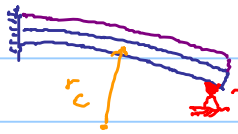
دو نوار معمول در دماسنج‌های نوار دوفلزی:

- $\alpha_1 = 16 \times 10^{-6} \frac{1}{C}$ فولاد زنگ‌نزن
- $\alpha_2 = 0.02 \times 10^{-6} \frac{1}{C}$ آلیاژی از نیکل و آهن

مزایا: عدم نیاز به منبع تغذیه، ارزان، سادگی و استحکام

معایب: دقت به اندازه‌ی حالت‌های استفاده‌شده در دماهای پایین

- کاربرد: برودسنج‌ها، قطع جریان در هیترهای الکتریکی، اندازه‌گیری‌ها، زنگ‌ها و...



۲) سنسورهای مقاومتی (Resistive Temperature Detectors : RTD)

- اساس کار سنسورهای مقاومتی، تغییر مقاومت الکتریکی بر اثر دما می‌باشد.

- این نوع سنسورها از فلزات (به صورت خالص یا آلیاژ) و یا نیمه‌هادی‌ها و اکسید فلزات با نام ترمیستور (از اکسیدهای منگنز، کبالت و نیکل، یا سیلیسیم) ساخته می‌شوند.

- یک نوع دسته‌بندی سنسورهای مقاومتی، ضریب دمای مثبت (Positive Temp. Coeff: PTC) یا نوع RTD و ضریب دمای منفی (Negative Temp. Coeff.: NTC) یا نوع ترمیستور می‌باشد.

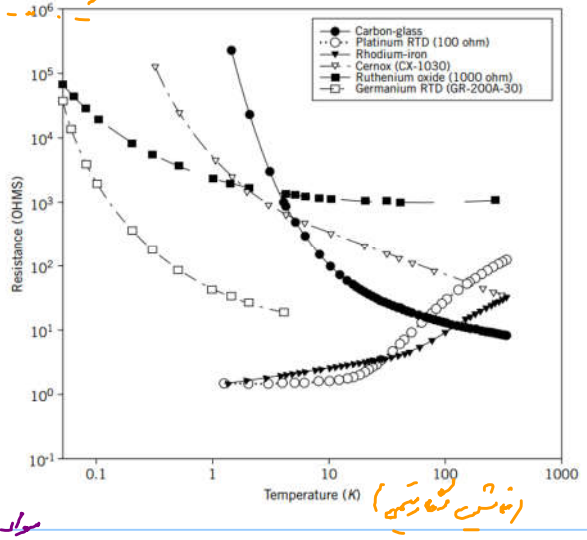
$$R = \rho \frac{l}{A}$$

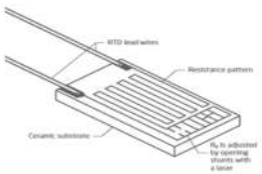
$$\Delta R = R_0 \left(1 + \alpha (T - T_0) + \text{جمله غیرخطی}\right)$$

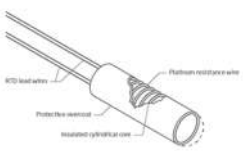
T_0: دمای مرجع

Electrical Resistivity for various materials at 20 °C

Material	Resistivity (Ω m)		α =Temp. Coeff. ($°C^{-1}$)
Silver	1.59	$x10^{-8}$	0.0038
Copper	1.68	$x10^{-8}$	0.0039
Gold	2.4	$x10^{-8}$	0.0034
Aluminum	2.65	$x10^{-8}$	0.00429
Tungsten	5.6	$x10^{-8}$	0.0045
Iron	9.71	$x10^{-8}$	0.005
Platinum	10.6	$x10^{-8}$	0.003927
Mercury	98	$x10^{-8}$	0.0009
Nichrome (Ni,Fe,Cr alloy)	100	$x10^{-8}$	0.0004
Constantan (Cu 60 ; Ni 40)	49	$x10^{-8}$	0.00001
Carbon* (graphite)	3-60	$x10^{-5}$	-0.0005
Germanium*	1-500	$x10^{-3}$	-0.05
Silicon*	0.1-60	...	-0.07
Glass	1-10000	$x10^{+9}$	...
Hard rubber	1-100	$x10^{+13}$	...





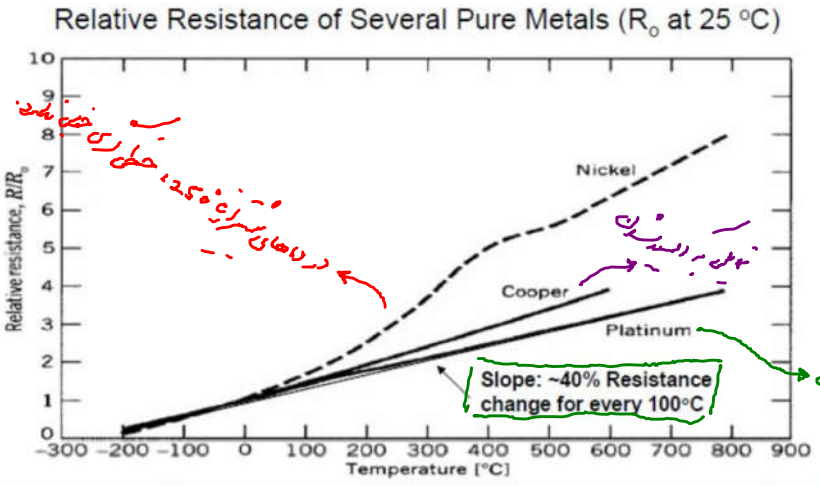


- این نوع سنسورها به صورت سیم، سیم‌پیچ، نوار و... ساخته می‌شوند.

- در تئوری، همه فلزات می‌توانند برای ساخت المنت‌های RTD به کار روند؛ اما از پلاتین به عنوان بهترین RTD ها بهره گرفته می‌شود. زیرا

این فلز دارای مقاومت ویژه بالا (مقاومت به خوردگی)، کمترین حساسیت به آلودگی، نقطه ذوب بالا، تغییرات خطی مقاومت در محدوده

بسیار زیاد دمایی و دوام در خلوص بالا می‌باشد.



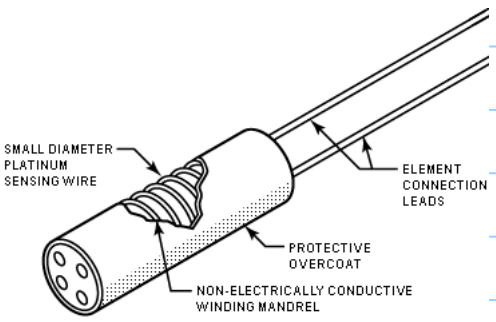
- سنسورهای RTD را در مدار پل وتستون قرار می‌دهند.

- امروزه متداول‌ترین RTD ها، PT-100 با مقاومت 100Ω می‌باشد. (← در RTDها، هرچه مقاومت و حساسیت بیشتر است)

برتری مقاومت‌های پلاتینی است؛ سیم‌های رابط با مقاومت 1Ω می‌توانند روی PT-100 خطای معادل 2.6°C ایجاد کنند!)

Glass Wire Wound
Platinum RTD Elements

Industrial RTD Probes with
Aluminum Protection Head



- ترمیستورها (Thermistor) : برخلاف RTD های فلزی، از نیمه‌هادی‌ها یا سرامیک‌ها ساخته می‌شوند.

- می‌توان آن‌ها را در اندازه‌های بسیار کوچک ساخت.

- اگرچه تمام آن‌ها از نوع PTC هستند (نظیر سلنیم و یا سیلیستورها (silistor))، اما عموماً نوع NTC

آن‌ها مورد توجه است و با تقریبی، می‌توان رابطه غیرخطی تغییر مقاومت ترمیستور با دما را بشرح زیر نوشت:

$$R = R_0 e^{\beta\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$$

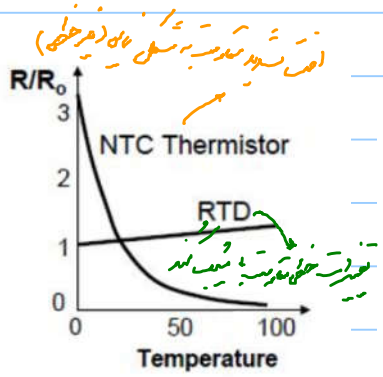
R_0: مقاومت در دمای مرجع T_0

β: دمای مرجع کلوین

$3000\ K < \beta < 5000\ K$ ← اغلب حساسیت مقاومت در این بازه دمایی زیاد است

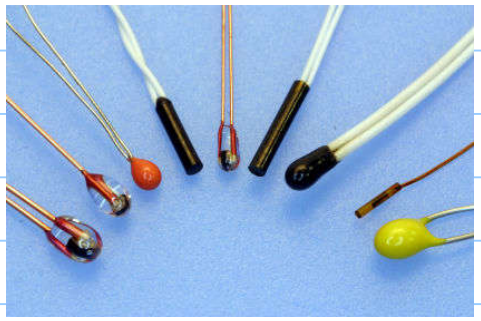
این اندازه بزرگی بازه‌های نسبتاً کوچک دما (که مورد در خودروها)

- از جمله مزایای ترمیستورها، اندازه‌های کوچک، پاسخ سریع به تغییرات دما و مقاومت بالایی آن‌ها (سیم‌های رابط) می‌باشد.



اغلب حساسیت مقاومت به شکل نمایی (غیرخطی)

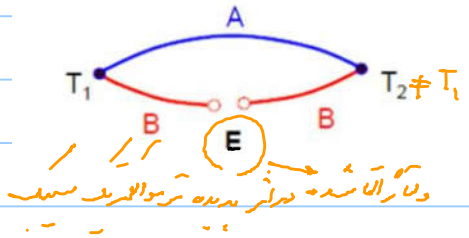
تغییرات خطی مقاومت با دما



۳) ترموکوپل (Thermocouple) :

- ترموکوپل یک سنسور دمایی است که از دو ماده رسانای غیرهمسان در تماس دو به دو تشکیل شده است. اساس عملکرد ترموکوپل ها بر اثر ترموالکتریک سیبک (Seebeck Effect) می باشد.

* اثر سیبک : اگر دو سیم فلزی غیرشبیه A و B در دماهای متفاوت T_1 و T_2 به یکدیگر متصل باشند، در بین نقاط مذکور اختلاف پتانسیل E تولید می شود که تابعی از جنس سیم ها و دمای T_1 و T_2 است.



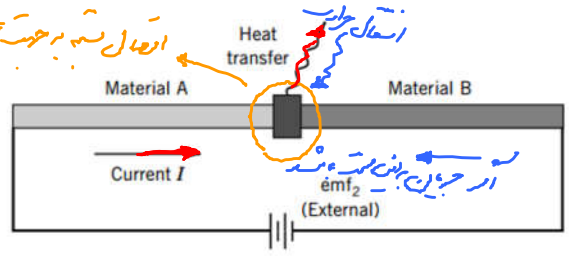
ولتاژ القا شده در اثر پدیده ترموالکتریک سیبک

- اثر سیبک خود ناشی از دو پدیده ترموالکتریک دیگر به نام های پلتیر و تامسون است.

* اثر پلتیر (Peltier Effect) : زمانی که دو هادی با چگالی الکترون های آزاد متفاوت در دماهای یکسان به یکدیگر متصل باشند، الکترون ها از هادی با چگالی الکترون های آزاد بیشتر به سمت چگالی الکترون های آزاد کمتر حرکت کرده و باعث ایجاد اختلاف پتانسیل می گردد که تابع جنس مواد (میزان الکترون های آزاد و سطح انرژی آن ها) و دمای نقطه اتصال است. به این اختلاف پتانسیل، ولتاژ پلتیر گفته می شود. ($\Delta V = E_p(A,B)T$ ←)

بیان دیگر: با عبور جریان الکتریکی از اتصال دو فلز، اتصال بسته به جهت جریان الکتریکی گرم یا سرد می شود.

این پدیده برگشت پذیر است؛ به عبارتی با گرم کردن یا سرد کردن اتصال دو فلز، بین آن ها اختلاف پتانسیل ایجاد می شود:



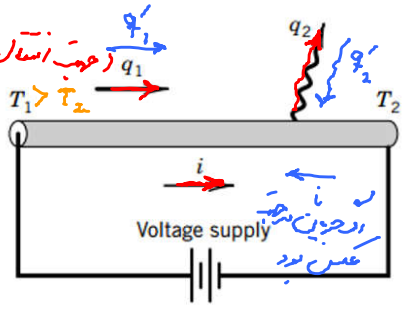
اتصال بسته به جهت جریان الکتریکی گرم یا سرد می شود

انتقال حرارت

از جریان بین نقطه شده

* اثر تامسون (Thomson Effect) : در اثر اختلاف دما در دو سر یک هادی همگن، ولتاژی تولید می‌شود به نام

آن ولتاژ تامسون نامیده می‌شود. $(\Delta V = E_{\sigma A}(T_1, T_2))$



q_1 Energy flow as a result of a temperature gradient
q_2 Heat transfer to maintain constant temperature

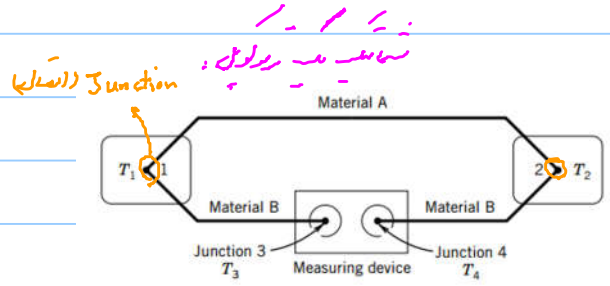
← شرط‌های حامل جریان دارای اختلاف دما بین دو نقطه:

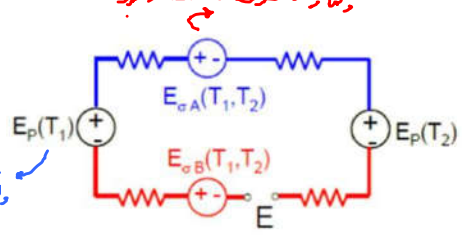
در صورتی که جریان الکترون و گرما هم‌جهت باشند، گرما می‌دهد.

در صورتی که جریان الکترون و گرما غیرهم‌جهت باشند، گرما می‌گیرد.

- به ترموکوپل باز کردیم؛ همانی که در نقطه اتصال ترموکوپل (J_1, J_2) دماهای مختلف ولتاژ داده شود، در مدار باز یک

ولتاژ کوچک (E) ایجاد می‌کرد که تابعی غیرخطی از دما می‌باشد.





$$E = E_{\sigma B}(T_1, T_2) + E_p(T_1) - E_{\sigma A}(T_1, T_2) - E_p(T_2)$$

با این رابطه به محاسبه ولتاژهای ترموکوپل به صورت مجزا می‌پردازیم. با فرض مشخص بودن جنس مواد A و B و دمای T_2،

هدف محاسبه E با T_1 است که به طرق مختلف حاصل می‌شود:

(1) به صورت جدولی: $T_2 = T_{ref}$ و T_1 متغیر

مثال: ترموکوپل نوع J:

Temperature (°C)	0	+1	+2	+3	+4	+5	+6	+7	+8	+9
0	0.000	0.050	0.101	0.151	0.202	0.253	0.303	0.354	0.405	0.451
10	0.507	0.558	0.609	0.660	0.711	0.762	0.814	0.865	0.916	0.968
20	1.019	1.071	1.122	1.174	1.226	1.277	1.329	1.381	1.433	1.485
30	1.537	1.589	1.641	1.693	1.745	1.797	1.849	1.902	1.954	2.006
40	2.059	2.111	2.164	2.216	2.269	2.322	2.374	2.427	2.480	2.532
50	2.585	2.638	2.691	2.744	2.797	2.850	2.903	2.956	3.009	3.062
60	3.116	3.169	3.222	3.275	3.329	3.382	3.436	3.489	3.543	3.596
70	3.650	3.703	3.757	3.810	3.864	3.918	3.971	4.025	4.079	4.133
80	4.187	4.240	4.294	4.348	4.402	4.456	4.510	4.564	4.618	4.672
90	4.726	4.781	4.835	4.889	4.943	4.997	5.052	5.106	5.160	5.215
100	5.269	5.323	5.378	5.432	5.487	5.541	5.595	5.650	5.705	5.759
110	5.814	5.868	5.923	5.977	6.032	6.087	6.141	6.196	6.251	6.306
120	6.360	6.415	6.470	6.525	6.579	6.634	6.689	6.744	6.799	6.854
130	6.909	6.964	7.019	7.074	7.129	7.184	7.239	7.294	7.349	7.404
140	7.459	7.514	7.569	7.624	7.679	7.734	7.789	7.844	7.900	7.955
150	8.010	8.065	8.120	8.175	8.231	8.286	8.341	8.396	8.452	8.507
160	8.562	8.618	8.673	8.728	8.783	8.839	8.894	8.949	9.005	9.060
170	9.116	9.171	9.226	9.282	9.337	9.392	9.448	9.503	9.559	9.614
180	9.669	9.725	9.780	9.836	9.891	9.947	10.002	10.057	10.113	10.168
190	10.278	10.279	10.335	10.390	10.446	10.501	10.557	10.612	10.668	10.723
200	10.779	10.834	10.890	10.945	11.001	11.056	11.112	11.167	11.223	11.278
210	11.334	11.389	11.445	11.501	11.556	11.612	11.667	11.723	11.778	11.834
220	11.889	11.945	12.000	12.056	12.111	12.167	12.222	12.278	12.334	12.389
230	12.445	12.500	12.556	12.611	12.667	12.722	12.778	12.833	12.889	12.944
240	13.000	13.056	13.111	13.167	13.222	13.278	13.333	13.389	13.444	13.500
250	13.555	13.611	13.666	13.722	13.777	13.833	13.888	13.944	13.999	14.055
260	14.110	14.166	14.221	14.277	14.332	14.388	14.443	14.499	14.554	14.609

T_1

مثال: E و $T_1 = 180$ و $T_2 = 0$

(2) به کمک فرمول‌های تقریبی

The relationship between emf and temperature is provided in the form of a polynomial in temperature [10]

$$E = \sum_{i=0}^{n} c_i T^i$$

where E is in μV and T is in °C. Constants are provided below.

Thermocouple Type	Temperature Range	Constants
J-type	−210 to 760°C	$c_0 = 0.000\,000\,000\,0$ $c_1 = 5.038\,118\,7815 \times 10^{1}$ $c_2 = 3.047\,583\,693\,0 \times 10^{-2}$ $c_3 = -8.568\,106\,572\,0 \times 10^{-5}$ $c_4 = 1.322\,819\,529\,5 \times 10^{-7}$ $c_5 = -1.705\,295\,833\,7 \times 10^{-10}$ $c_6 = 2.094\,809\,069\,7 \times 10^{-13}$ $c_7 = -1.253\,839\,533\,6 \times 10^{-16}$ $c_8 = 1.563\,172\,569\,7 \times 10^{-20}$
T-type	−270 to 0°C	$c_0 = 0.000\,000\,000\,0$ $c_1 = 3.874\,810\,6364 \times 10^{1}$ $c_2 = 4.419\,443\,434\,7 \times 10^{-2}$ $c_3 = 1.184\,452\,310\,5 \times 10^{-4}$ $c_4 = 2.003\,297\,355\,4 \times 10^{-6}$ $c_5 = 9.013\,801\,955\,9 \times 10^{-8}$ $c_6 = 2.265\,115\,659\,3 \times 10^{-9}$ $c_7 = 3.607\,115\,420\,5 \times 10^{-10}$ $c_8 = 3.849\,393\,988\,3 \times 10^{-12}$ $c_9 = 2.821\,352\,192\,5 \times 10^{-14}$ $c_{10} = 1.425\,159\,477\,9 \times 10^{-16}$ $c_{11} = 4.878\,866\,228\,6 \times 10^{-19}$ $c_{12} = 1.079\,553\,927\,0 \times 10^{-21}$ $c_{13} = 1.394\,502\,706\,2 \times 10^{-24}$ $c_{14} = 7.979\,515\,392\,7 \times 10^{-28}$

(3) به کمک جداول حساسیت ترموالکتریکی

مواد نسبت به پلاتین در دمای صفر درجه

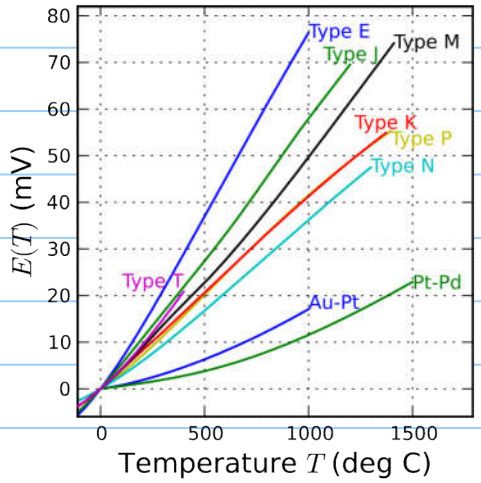
ماده	حساسیت ترموالکتریکی S $(\frac{\mu V}{^\circ C})$
کنستانتان	−35
آلومل	−13.6
کرومل	+25.5
پلاتین	+7.5

حساسیت نسبی بین A و B: $S_{A/B} = S_A - S_B$

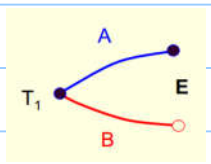
- انواع ترموکوپل ها :

مثبت B,A :

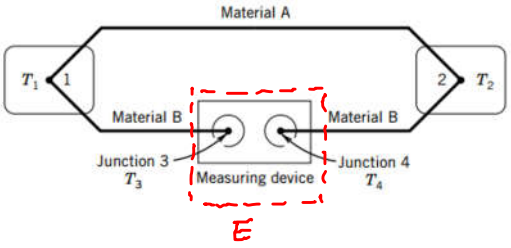
Type	Material Combination: Positive	Material Combination: Negative	Applications
E	Chromel(+)	Constantan(−)	Highest sensitivity (<1000°C)
J	Iron(+)	Constantan(−)	Nonoxidizing environment (<760°C)
K	Chromel(+)	Alumel(−)	High temperature (<1372°C)
S	Platinum/ 10% rhodium	Platinum(−)	Long-term stability high temperature (<1768°C)
T	Copper(+)	Constantan(−)	Reducing or vacuum environments (<400°C)



- مثال: بیان دقیق ترمودینامیکی براساس همه مسیر بین دو داده :



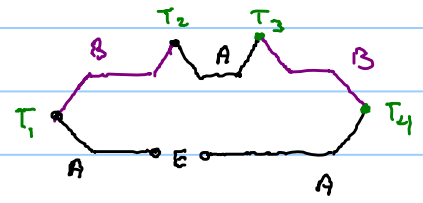
$$E = S_{B/A} \cdot T_1 = (S_B - S_A) \cdot T_1$$



$$E = S_{B/A} T_1 + S_{A/B} T_2 \Rightarrow E = S_{B/A} (T_1 - T_2)$$

$$S_{A/B} = -S_{B/A}$$

- مثال : چهار عدد ترموکوپل از نوع ترمو - الومل به صورت سری با هم بسته شده اند. اتصالات مطابق شکل در دماهای $T_4 = 250^\circ C$ $T_3 = 200^\circ C$ $T_2 = 150^\circ C$ $T_1 = 100^\circ C$ قرار داده شده است. اگر دو سر مدار به یک ولت متر وصل شده باشد، ولت متر چه عددی را نشان می دهد؟



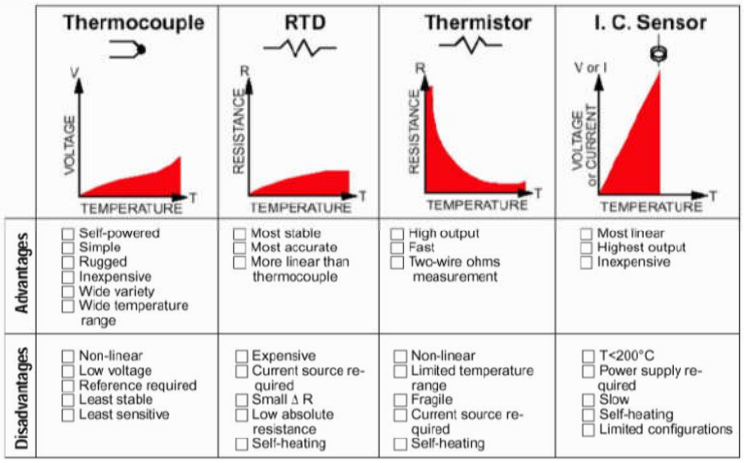
$$E = S_{A/B} T_1 + S_{B/A} T_2 + S_{A/B} T_3 + S_{B/A} T_4 \Rightarrow E = S_{A/B} (T_1 - T_2 + T_3 - T_4)$$

$$S_{A/B} = S_{chromel/Alumel} = S_{Chromel} - S_{Alumel} = 25.5 - (-13.6) = 39.4 \ \frac{\mu V}{^\circ C}$$

$$\Rightarrow E = 39.4\,(100 - 150 + 200 - 250) = -3940\ \mu V = -3.94\ mV$$

- مقایسه اجمالی سنسورهای دمایی معرفی شده:

Sensor Type	Limits of Application (°C)	Accuracy[1,2]	Dynamics: τ (s)	Advantages	Disadvantages
Thermocouple					
type E: chromel-constantan	-100 to 1000	±1.5 or 0.5% for 0 to 900 °C	see note 3	-good reproducibility -wide range	-minimum span of 40 °C -temperature vs. emf not exactly linear -drift over time -low emf corrupted by noise
type J: iron-constantan	0 to 750	±2.2 or 0.75%			
type K: chromel-nickel	0 to 1250	±2.2 or 0.75%			
type T: copper-constantan	-160 to 400	±1.0 or 1.5% for -160 to 0 °C			
RTD	-200 to 650	0.15 + 0.2|T|	see note 3	-good accuracy -small span possible -linearity	-self-heating -less physically rugged -self-heating error
Thermister	-40 to 150	± 0.10 °C	see note 3	-good accuracy -little drift	-highly nonlinear -only small span -less physically rugged -drift
Bimetallic	-	± 2%	-	-low cost -physically rugged	-local display



- RTD ها در مقایسه با ترموکوپل ها، سنسورهای پرهزینه‌تر، پاسخ زمانی طولانی‌تری دارند و از نظر اندازه بزرگ‌تر و محدوده دمایی کمتری دارند. اگرچه می‌توانند بسیار دقیق‌تر (و البته گران‌تر) باشند. هر دو مقاوم (robust) هستند.

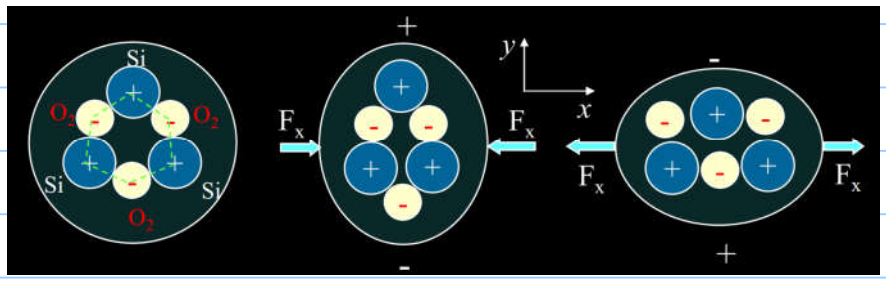
- ترموکوپل ها در مقایسه با دماسنج های جیوه‌ای سرعت پاسخ بالاتری دارند، مقاوم‌تر و محدوده بسیار وسیع‌تری از دما را پوشش می‌دهند.

مواد پیزوالکتریک (Piezoelectric Crystal Sensor)

- مواد پیزوالکتریک: موادی هستند که با اعمال تنش (فشار، کشش، برش) به آن‌ها، بارالکتریکی تولید می‌کنند ← عکس

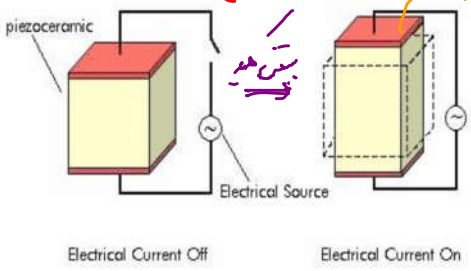
این پدیده نیز برای آن‌ها صادق است: اعمال ولتاژ به آن‌ها سبب ایجاد جابجایی در بلور می‌شود ← مثل دلتا جم

به عنوان سنسور و هم به عنوان عملگر قابل استفاده هستند.

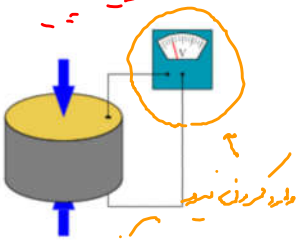


کریستال کوارتز

کریستال پیزو در نقش عملگر (actuator)



کریستال پیزو در نقش سنسور



- پرکاربردترین ماده پیزوالکتریک، کوارتز می‌باشد. با این حال کریستال‌های ضعیف (نظیر نمک راشل، نمک انگلیس)، کریستال‌های ضعیف (نظیر آلومینیوم فسفات) و سرامیک‌های (نظیر تیتانات باریم ($BaTiO_3$)) که پیزوالکتریک سوپر، شامل زیرکونات سرب (که PZT معروف است) و دیگر مواد پیزوالکتریک می‌باشند.

- مواد پیزوالکتریک کاربردهای زیادی در ساخت سنج‌هایی نظیر سنج فشار و نیروسنج، سنسور، میکروفون و اسپیکر و ... دارند.

۴) اندازه‌گیری فشار

- ترنسدیوسرهای فشار، ابزار دقیق هستند که فشار اعمال را از طریق اندازه‌گیری جابجایی، نیرو و یا پیچ سیستم الاستیک

- سنسورهای اندازه‌گیری فشار به دو دسته

۴-۱) ترنسدیوسر فشار بوردن (با بهره‌گیری از ترنسفورماتور تفاضلی)

- فشار داخل مخزن، خفه فشار سمت چپ لوله بوردن

- با ورود لوله بوردن (یک عنصر الاستیک) منبسط و این حرکت موجب جابجایی

- هسته LVDT و ولتاژ در خروجی (V_o) می‌گردد. سیم‌پیچ‌ها به ترتیب کاهش اسپون،

- می‌توان فشار مخزن را با توجه به ولتاژ خروجی اندازه‌گیری نمود.

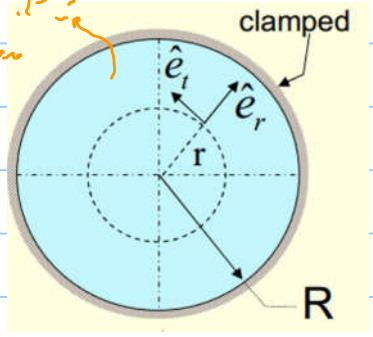
- این ترنسدیوسر برای کاربردهای استاتیکی و شبه استاتیکی مناسب می‌باشد، اما با توجه به جرم‌های لوله، سیال داخل لوله

و هسته ترنسفورماتور تفاضلی، پاسخ فرکانسی را تا ۱۰ Hz محدود می‌کند. ($f \lesssim 10\,Hz$)

۴-۲) ترنسدیوسر فشار دیافراگمی

- در این نوع ترنسدیوسر، از دیافراگم، استوانه‌توخالی به‌عنوان عضو الاستیکی و از نیروی جهت تراکت میدان کرنش

اعمال به دیافراگم و درنتیجه اندازه‌گیری فشار استفاده می‌شود.



دیافراگم، صفحه‌ای با مدول E تحت فشار P

$$\sigma_r = \frac{3}{8}\frac{PR^2}{t^2}\left[(1+\nu)-(3+\nu)\frac{r^2}{R^2}\right] \xrightarrow{\varepsilon_r=\frac{\sigma_r-\nu\sigma_t}{E}} \varepsilon_r = \frac{3}{8}\frac{P(1-\nu^2)}{Et^2}\left(R^2-3r^2\right)$$

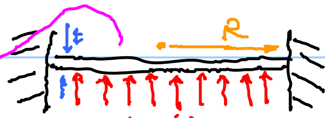
$$\sigma_t = \frac{3}{8}\frac{PR^2}{t^2}\left[(1+\nu)-(1+3\nu)\frac{r^2}{R^2}\right] \xrightarrow{\varepsilon_t=\frac{\sigma_t-\nu\sigma_r}{E}} \varepsilon_t = \frac{3}{8}\frac{P(1-\nu^2)}{Et^2}\left(R^2-r^2\right)$$

r : فاصله شعاعی نقطه مورد نظر از مرکز دیافراگم

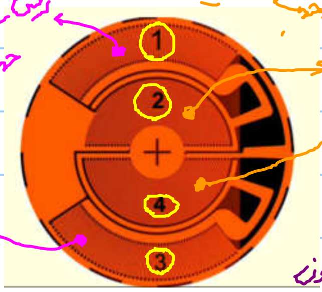
at $r=0 \rightarrow \varepsilon_r = \varepsilon_t \; (\varepsilon_{max})$

at $r=R \rightarrow \varepsilon_r < 0 \; , \; \varepsilon_t = 0$

کرنش سنج ها در سطح بالایی مطابق شکل زیر نصب می‌شوند:

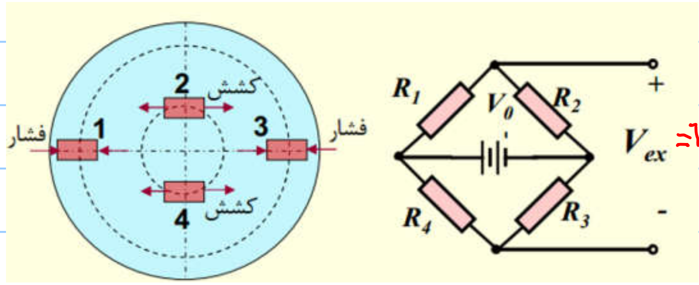


$(0 < P < 30 \text{ kpsi})$



کرنش سنج ها در فاصله R از مرکز جهت حس کردن کرنش های شعاعی

کرنش سنج های 2 و 4 جهت اندازه گیری کرنش مماسی



$= V_0$

آرایش کرنش سنج ها و نحوه قرارگیری در پل وتستون

کرنش سنج ها توسط کرنش سطح مورد تماس اندازه گیری می‌شوند

$$V_0 \propto \frac{R^2(1-\nu^2)}{E t^2} P$$

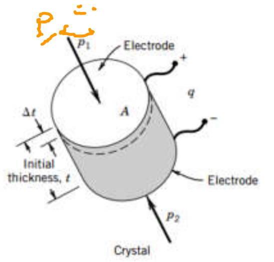
- فرکانس رزونانس ترنسدیوسر فشار از نوع دیافراگم:

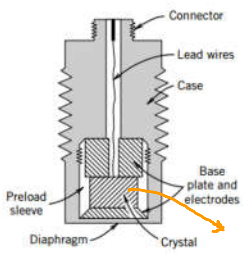
$$f_r = 0.471 \frac{t}{R^2} \sqrt{\frac{E g}{W(1-\nu^2)}}$$

g: شتاب جاذبه

W: وزن مخصوص دیافراگم

- از آنجا که محدوده f_r در این نوع ترنسدیوسرها کمتر از 50 kHz است، محدوده توصیه عملکردی آن کمتر از 10 kHz فرض می‌شود.





پتانسیل نیرو

3) فشارسنج پیزوالکتریک:

ولتاژ به وجود آمده در اثر نیرو

$$q = C V_0 = k \varepsilon_0 \frac{A}{t} V_0 \quad (1)$$

بار القا شده

$$q = S_q . F = S_q . P A \quad (2)$$

حساسیت نیرو به بار — نیرو

$$(1) = (2) \rightarrow V_0 = \left(\frac{S_q}{k\varepsilon_0}\right) t . P \Rightarrow V_0 = K' . P$$

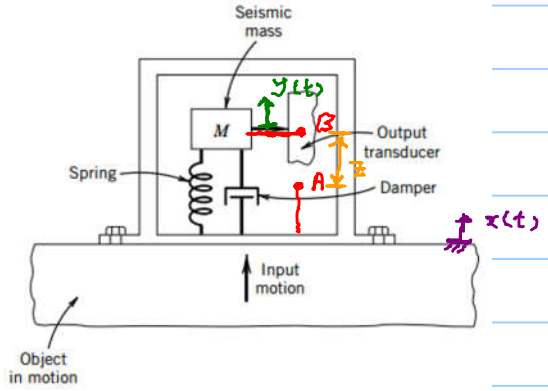
ثابت

S_v : حساسیت به ولتاژ از پتانسیل نیرو

با توجه به ولتاژ خروجی توسط نیرو، فشار قابل اندازه گیری است.

۵) ترنسدیوسرهای شتاب و ارتعاشات مکانیکی:

- روند کلی ترنسدیوسرهای شتاب و ارتعاشات مکانیکی، بر اساس قانون دوم نیوتن قابل توصیف است:



$$\Rightarrow \quad m\ddot{y} = -k(y-x) - c(\dot{y}-\dot{x})$$

تعریف می‌کنیم: $z = y - x$

$$\Rightarrow \quad m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = -m\ddot{x}$$

در حالت $x = X\sin\omega t$ باشد:

$$\Rightarrow \quad m\ddot{z} + c\dot{z} + kz = mX\omega^2 \sin\omega t$$

$$\Rightarrow \quad \underset{\text{steady}}{z(t)} = Z\sin(\omega t - \phi)$$

دامنه اندازه‌گیری $z(t)$

$$Z = \frac{m\omega^2 X}{\sqrt{(k-m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} = \frac{X\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}$$

- اگر فرکانس طبیعی ترنسدیوسر بزرگ باشد و در نتیجه بتوان فرض کرد $\frac{\omega}{\omega_n} \ll 1$:

$$\frac{1}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \to 1 \quad \Rightarrow \quad Z \simeq X\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 = \frac{1}{\omega_n^2}\underbrace{\left(\omega^2 X\right)}_{\ddot{X}}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\ddot{X} = \omega_n^2 Z}$$

شتاب پایه — فرکانس طبیعی سنسور — جابجایی نسبی

- ترانس با فرض ω_n بزرگ (= ضریب میرایی زیاد و جرم کم) و با اندازه‌گیری جابجایی نسبی z (بین دو نقطه A و B) می‌توان از طریق پتانسیومترهای خطی، دوربین‌های سنجی، LVDT یا پرتال‌های هوشمند، شتاب پایه ($\ddot{x}$) را اندازه‌گیری کرد.