به نام خدا

جلسه هشتم و نهم

فصل چهارم - آشنایی با گزیده ای از اصول عملکرد سنسورها و سیستم های اندازه گیری

رئوس مطالب : سنسورهای مقاومتی

سنسورهای خازنی

سنسورهای القایی

اثرات پیزوالکتریک

ترموکوپل

- ترنسدیوسرها تجهیزات الکترومکانیکی هستند که یک تغییر مکانیکی را به سیگنال الکتریکی تبدیل می کنند

که پس از دامنه سازی و پالایش ، به صورت ولتاژ قابل نمایش است .

- در این فصل ، هدف ، معرفی مبانی فیزیکی حاکم بر گزیده ای از سنسورهای مورد استفاده در حوزه

مهندسی مکانیک می باشد

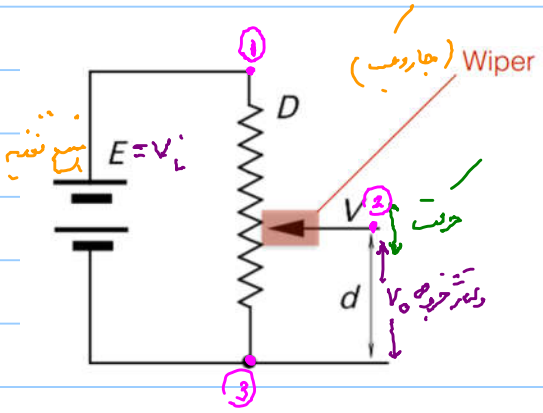
الف) اندازه گیری جابجایی (Position Sensors) :

- از جمله متداول ترین و مورد نیازترین کمیت مورد اندازه گیری در سیستم های مکاترونیکی ، جابجایی می باشد. (کاربرد در سیستم های کنترل موقعیت ، ربات و ...) ؛ اندازه گیری جابجایی می تواند به صورت مطلق یا نسبی صورت گیرد .

- از جمله سنسورهای جابجایی می‌توان به: پتانسیومترهای خطی و دورانی (مقاومتی)، سنسورهای خازنی، ترانسفورمرهای تفاضلی (القایی)، سنسورهای اثر هال (امواج ماوراء صوت)، سنسورهای مادون قرمز (امواج الکترومغناطیسی)، انکودرها و ... اشاره کرد.

- سنسورهای جابجایی معمولاً جزئی از سیستم‌های کنترل هستند (مثال: کاربرد در سیستم پیچ بوردهای، اندازه‌گیری سطح مخزن و ...)

الف - ۱) پتانسیومترها



- پتانسیومترها، سنسورهای مقاومتی هستند که جهت اندازه‌گیری موقعیت مطلق خطی یا دورانی استفاده می‌شوند.

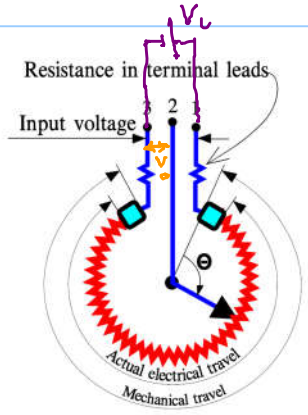
- قانون حاکم بر سنسورهای مقاومتی، رابطه $R = \rho \frac{l}{A}$ می‌باشد.

$$V_o = \frac{x}{L} V_i \Rightarrow \boxed{x = \frac{V_o}{V_i} L}$$

- از آنجا که طول کوتاه سیم، مقاومت کمی دارد، توان بالایی را برای منبع ورودی تحمیل می‌کند (زیرا $P = RI^2$ یعنی با زیاد شدن R مقدار I زیاد می‌شود)

از این دو به‌های سیم مسلح، در سیم پیچ استفاده می‌شود.

- یک پتانسیومتر، معمولاً سه عنصر سه پایه (پایه‌های 1، 2 و 3 در تصویر کاربرد) می‌باشد و از جمله سنسورهای فعال می‌باشد.

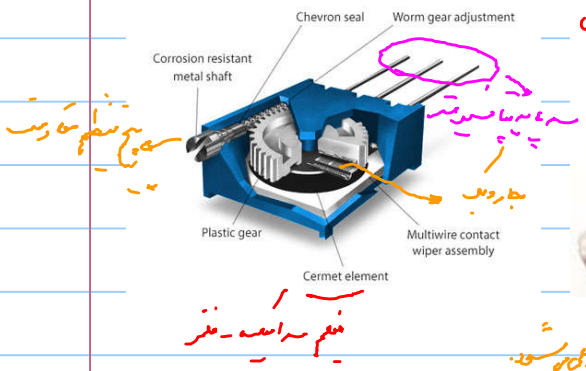


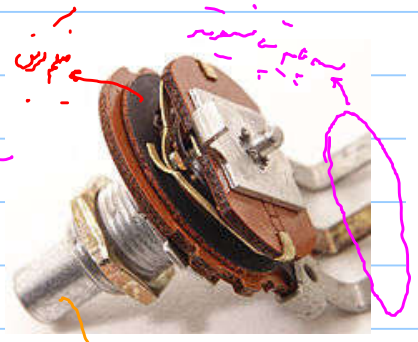
- از آن در موقعیت دورانی (کاربرد: تنظیم صدای رادیو، دسته‌های بازی کامپیوتری و ...):

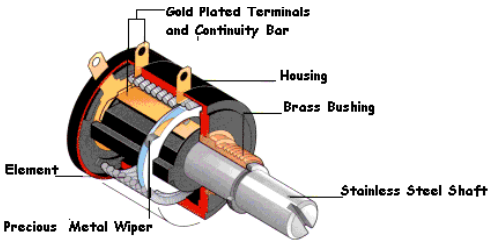
$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{\theta}{\theta_{max}} \Rightarrow \boxed{\theta = \frac{V_o}{V_i} \theta_{max}}$$

- به منظور افزایش رزولوشن، پتانسیومترهای دورانی را می‌توان به جای حلقه لغزشی با المنت‌های مارپیچ (به عنوان مثال پلاستیک هادی، فلز گرانبها، فلز پایه گرانبها و سرمت) ساخت که موجب کاهش نویز و عمر طولانی‌تر می‌شود.

- محدوده اندازه‌گیری پتانسیومترهای جابجایی دورانی را می‌توان با ساختار مارپیچی را با بهره‌گیری از چرخ دنده، پیچ قدرت و... افزایش داد.

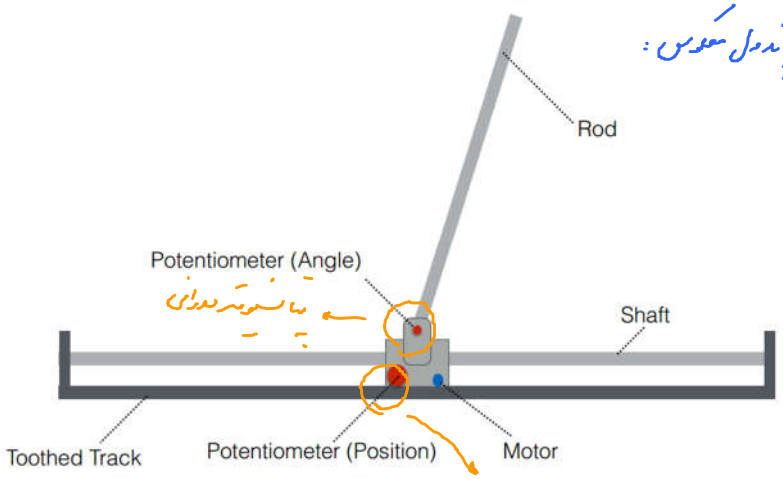






- از مزایای پتانسیومترها، ارزان بودن و سادگی در استفاده و از جمله معایب آن‌ها، عدم توانایی اندازه‌گیری جابجایی‌های فرکانس بالا و نیاز به تماس و اتصال مکانیکی با قطعه مورد تست است.

- مثال: کنترل پاندول معکوس:



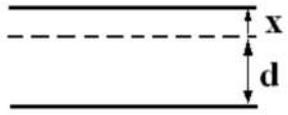
۲- سنسورهای خازنی (Capacitive Sensors)

- عملکرد سنسورهای خازنی بر اساس تغییر ظرفیت خازنی است. تغییرات ظرفیت خازن با ورود/خروج سنسور در پل‌های تعادلی به ولتاژ تبدیل می‌شود. ← عمده کاربرد سنسورهای خازنی در ابعاد میکرو (MEMS) می‌باشد.

ثابت دی الکتریک K — ثابت ε — $C = \frac{K\varepsilon A}{d}$ — ظرفیت خازن

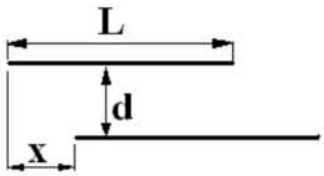
ضریب گذردهی خلأ: $8.85 \times 10^{-12}\ \frac{C^2}{N\,m^2}$

۱) سنسورهای با تغییر ضخامت دی الکتریک



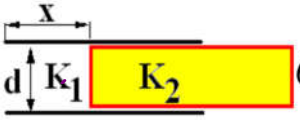
$$C = \frac{K\varepsilon_0 A}{d+x} \rightarrow \frac{C_1}{C_2} = \frac{d+x_2}{d+x_1}$$

۲) سنسورهای با تغییر سطح مشترک:



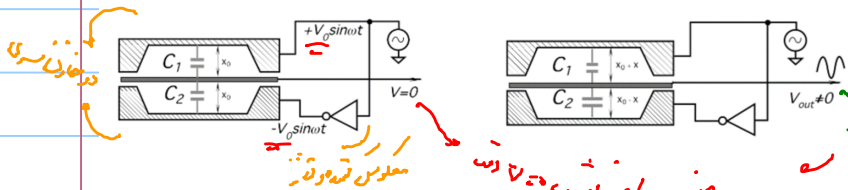
$$C = \frac{K\varepsilon_0 b(l-x)}{d} = \alpha + \beta x$$

۳) سنسورهای با ظرفیت خازنی متغیر:



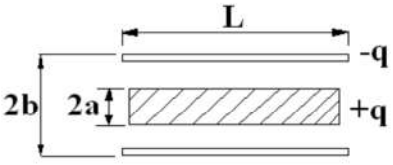
$$C = C_1 + C_2 = \frac{K_1\varepsilon_0 bx}{d} + \frac{K_2\varepsilon_0 b(l-x)}{d} = \alpha + \beta x$$

۴) سنسورهای دیفرانسیلی



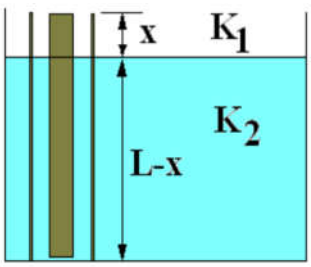
دو خازن سری — معکوس قدرمطلق — در حالتی صفحه وسطی متحرک باشد، $V_{out}=0$ — با تغییر مکان صفحه وسطی، V_{out} متغیر خواهد بود

۵) خازن استوانه‌ای:



$$L \gg Max(a,b)$$

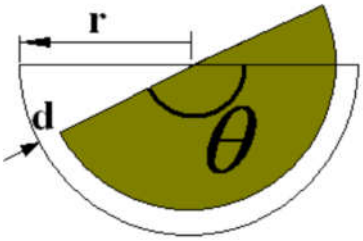
$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 KLr} \Rightarrow V = \int_a^b E.dr \Rightarrow C = \frac{2\pi\varepsilon_0 KL}{\ln\left(b/a\right)}$$



مثال: استفاده از سنسورهای خازنی در اندازه گیری عمق

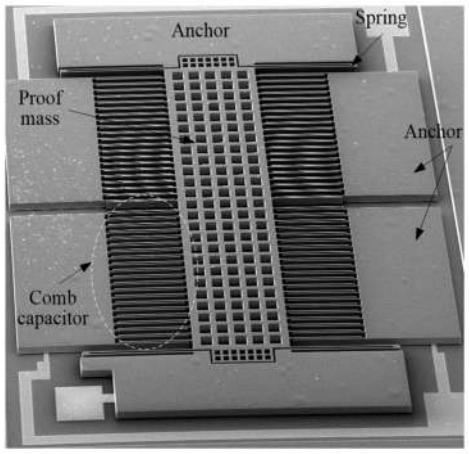
$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 K_2(l-x)}{\ln(b\,/\,a)} + \frac{2\pi\varepsilon_0 K_1 x}{\ln(b\,/\,a)} = \alpha + \beta x$$

(کاربرد: تنظیم عمق شنا در مرغابی‌ها)

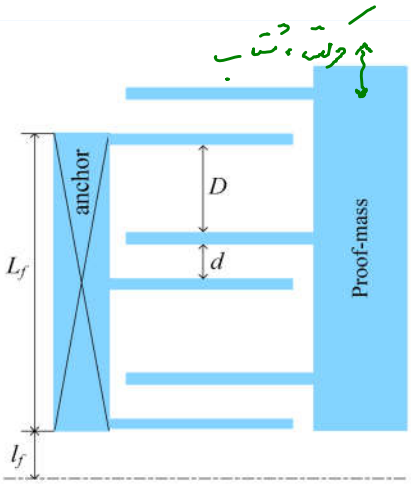


$$C = \frac{2\varepsilon_0 k L}{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}\theta$$

(شکل : شتاب‌سنج MEMS خازنی)



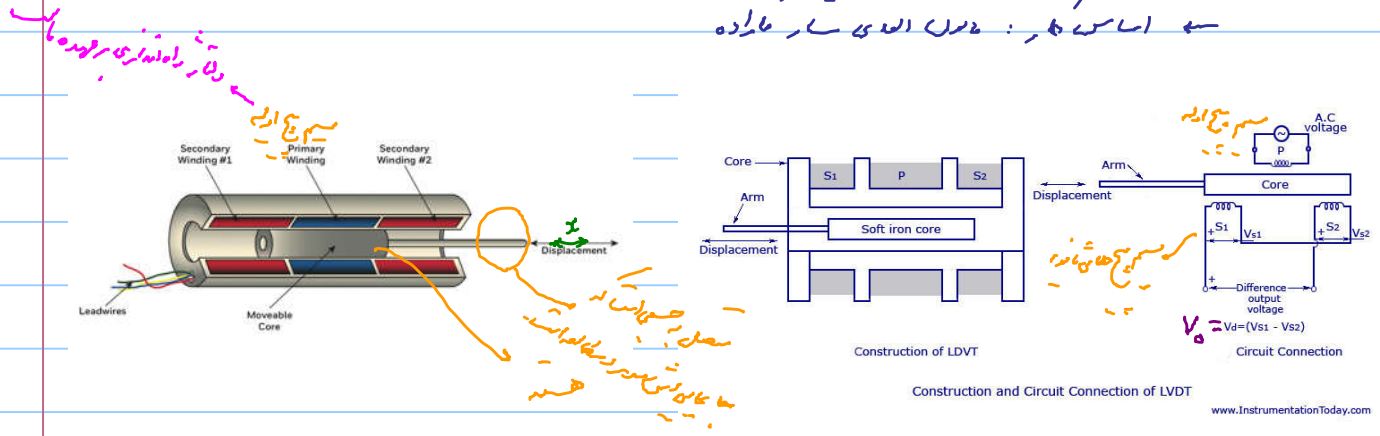
(a)



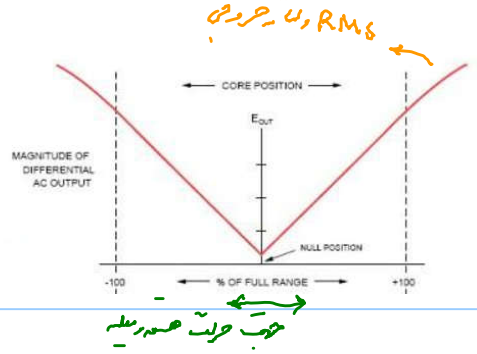
(b)

الف - 3) سنسورهای القایی ← معروف‌ترین سنسورهای القایی، ترانسورهای تفاضلی با تغییر خطی (LVDT) می‌باشند.

← اساس کار: قانون القای فاراده



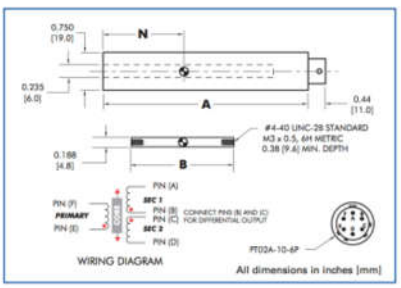
- هرگاه هسته بوسط قرارگیرد، $V_1 = V_2 \Rightarrow V_o = V_1 - V_2 = 0$ ؛ برای رهسته حرکت نماید، $V_1 \neq V_2 \Rightarrow V_o \neq 0$



HSTA 750 Series

General Specifications

Input Voltage:	3.0 V_{rms} (nominal)
Input Frequency:	2.5 to 3.0 kHz
Linearity Error:	< ±0.25% of FRO
Repeatability Error:	<0.01% of FSO
Hysteresis Error:	<0.01% of FSO
Operating Temperature:	-65°F to +400°F (-55°C to +200°C)
Thermal Coefficient of Sensitivity:	-0.01%/°F (nominal) (-0.02%/°C nominal)
Vibration Tolerance:	20 g to 2 kHz
Shock Survival:	1000 g, 11 ms

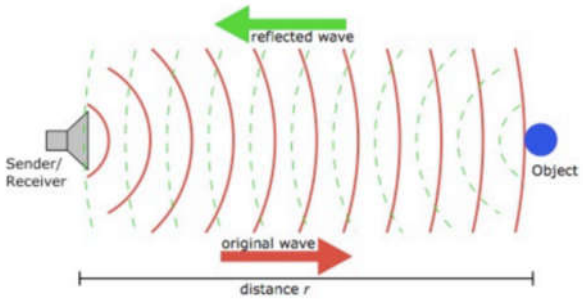


Specifications

Model ▶ / Parameter ▼	HSTA 750 -050	HSTA 750 -125	HSTA 750 -250	HSTA 750 -500	HSTA 750 -1000	HSTA 750 -2000	HSTA 750 -3000	HSTA 750 -4000	HSTA 750 -5000	HSTA 750 -7500	HSTA 750 -10000
Nominal Range (inches)	±0.050	±0.125	±0.25	±0.50	±1.00	±2.00	±3.00	±4.00	±5.0	±7.50	±10.00
Nominal Range (mm)	±1.3	±3.0	±6.3	±12.5	±25	±50	±75	±100	±125	±190	±250
Sensitivity (mV/V/.001 in)	6.1	3.9	2.4	0.63	0.61	0.37	0.25	0.17	0.12	0.11	0.07
Sensitivity (mV/V/mm)	240	154	96	25	24	15	9.8	6.7	4.7	4.3	2.8
Primary Impedance (Ω)	325	735	1400	1200	1250	2150	2150	420	600	775	620
Dimension "A" (inches)	2.01	2.64	3.35	5.92	7.38	10.91	13.65	16.17	18.65	23.85	31.66
Dimension "A" (mm)	51.1	67.1	85.1	150.4	187.5	277.1	346.1	411	473.7	606	804
Dimension "B" (inches)	0.80	1.25	1.65	3.45	3.45	5.30	6.20	6.20	6.20	7.00	9.50
Dimension "B" (mm)	20.3	31.7	41.9	87.6	87.6	134.6	157.5	157.5	157.5	177.8	241.3
Dimension "N" (inches)	0.63	0.94	1.32	2.57	3.32	5.07	6.29	7.65	8.94	11.52	15.42
Dimension "N" (mm)	16	24	33	65	84	129	160	194	227	293	392
Weight - Body (ounces)	1.6	2.1	2.5	3.3	4.3	6.2	8.2	9.2	10.0	14.2	18.3
Weight - Body (g)	45	59	71	93	122	176	232	260	283	402	519
Weight - Core (ounces)	0.08	0.12	0.18	0.40	0.40	0.65	0.80	0.80	0.80	0.90	1.20
Weight - Core (g)	2.4	3.7	4.8	11.6	11.6	18	22	22	22	25.5	34

- از جمله مزایای این سنسورها، کاربرد بدون اصطکاک، عمرطولانی (تقریباً نامحدود)، پاسخ دینامیکی سریع، وتوانایی بسیار بالا (تا درجه نامحدود) و خروجی مطلق می‌باشند. (کاربرد در فشارسنج بورودن، ماسوره‌بورودن، ترمومتر و ...)

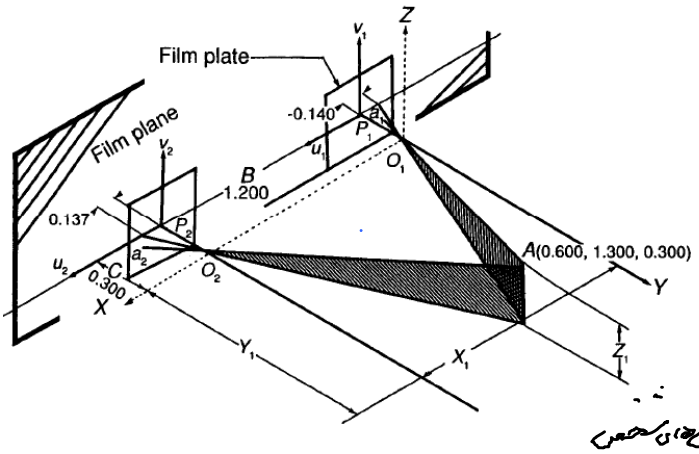
الف - 4) سنسورهای التراسونیک (مافوق صوت)



سه اصول عالم: اثر داپلر و اختلاف زمان صوت های ارسالی و دریافتی.

- در این سنسورها موج مافوق صوت (در حدود 40 kHz) توسط فرستنده ارسال شده و پس از برخورد به هدف (ثابت یا متحرک) توسط گیرنده دریافت می شود. با اندازه گیری زمان های ارسال و دریافتی، فاصله سنسور از جسم قابل محاسبه است.

الف - 5) سیستم های اندازه گیری تصویری



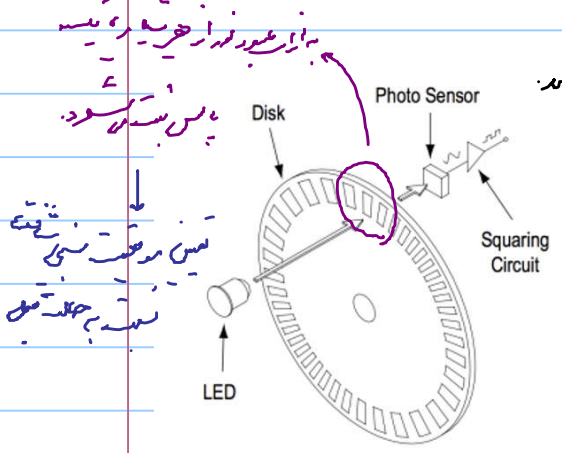
موقعیت یابی از طریق دو دوربین با فاصله های کانونی و مکان های مشخص

تعریف عالم: نورشناسی، هندسه و ... .

مزایا: میدان دید مناسب، بدون تماس و عدم نیاز به اتصال های الکتریکی (به طور گسترده در سیستم های سنجش و اندازه گیری)

- دقت هم قسمت به موقعیت یابی از طریق لیزر

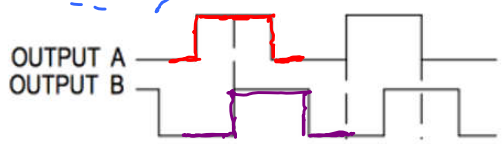
الف - ۶) انکودرهای دیجیتال (Digital Optical Encoders)



- این سنسورها، حرکت (خطی یا دورانی) را به دنباله‌ای از پالس‌های دیجیتال تبدیل می‌نمایند.

- موقعیت یابی انکودرهای دورانی می‌تواند به صورت نسبی (نوع افزایشی/Incremental) و یا مطلق (Absolute) باشد.

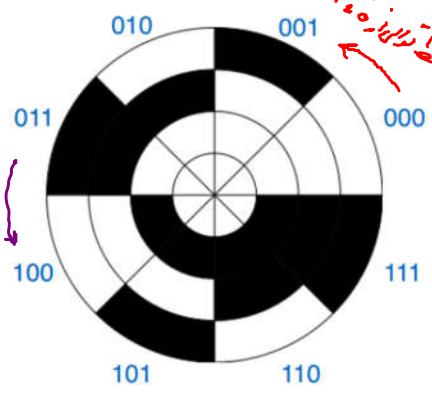
- استفاده همزمان از دو مجموعه شیار (کانال A و B) با اختلاف فاز معلوم، شیوه‌ای جهت حرکت می‌شود:



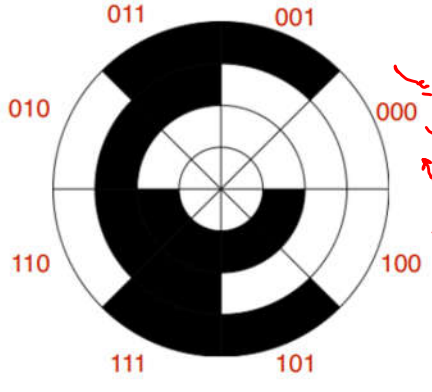
- انکودرهای Absolute : دارای تعدادی شیار/Track بر روی دیسک جهت اندازه‌گیری موقعیت مطلق شافت دوار.

(که نظیر به n شیار دارای رزولوشن $\frac{360^\circ}{2^n}$ می‌باشد.)

بهره‌گیری از کدهای دودویی (Binary) یا کد خاکستری (Gray) در کدگذاری موقعیت:



Binary Coded



Gray Coded

۱- کرنش سنج (Strain Gauge) ← (اندازه‌گیری نیرو، گشتاور، فشار و ...)

- مدل‌هایی که نیرو، گشتاور یا فشار را اندازه می‌گیرند، معمولاً دارای عضوی الاستیک هستند و تحت مورد نظر را به یک المان با کرنش متناسب تبدیل می‌کند.

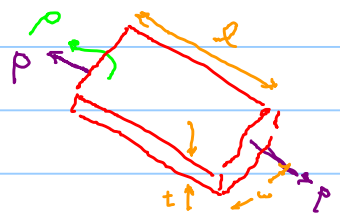
- کرنش سنج، یک المان فلزی (مثل نیکروم (نیکل و کروم)، کنستانتن (مس و نیکل)، پلاتین-تنگستن و ...) و یا نیمه‌رسانا (پر پایه سیلیکون) است که مقاومت آن‌ها با کرنش تغییر می‌کند. (= پدیده پیزورزیستیو)

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

(ρ: مقاومت ویژه (Resistivity)، l: طول مقاومت، A: سطح مقطع مقاومت)

- اگر یک مقاومت تحت کشش/فشار (= کرنش) قرار گیرد، مقاومت آن ناشی از تغییر ابعاد هندسی و نیز پیزورزیستیو (وابستگی ρ) تغییر می‌کند:

$$R = \rho \frac{l}{A} \Rightarrow dR = \left(\frac{\partial R}{\partial L}\right) dL + \left(\frac{\partial R}{\partial A}\right) dA + \left(\frac{\partial R}{\partial \rho}\right) d\rho$$



$$\Rightarrow dR = \frac{\rho}{A} dl - \frac{\rho l}{A^2} dA + \frac{l}{A} d\rho$$

$$\div R \Rightarrow \frac{dR}{R} = \frac{dL}{L} - \frac{dA}{A} + \frac{d\rho}{\rho}$$

($\frac{dL}{L} = \varepsilon_l$ کرنش طولی)

$$* \quad A = wt \rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{dw}{w} + \frac{dt}{t} = \varepsilon_t + \varepsilon_t = 2\varepsilon_t = -2\nu\varepsilon_l$$

(ضریب پواسون، کرنش‌های $-\nu\varepsilon_l$)

$$\Rightarrow \frac{dR}{R} = (1 + 2\nu)\frac{dl}{l} + \frac{d\rho}{\rho}$$

(piezoresistive effect: پدیده پیزورزیستیو)

- حساسیت یا ضریب گیج: Gauge Factor:

$$G.F = \frac{\frac{dR}{R}}{\frac{dl}{l}} = \frac{\frac{\Delta R}{R_0}}{\varepsilon_l} = (1 + 2\nu) + \frac{1}{\varepsilon_l}\frac{d\rho}{\rho}$$

(حساسیت: تغییر مقاومت بر واحد کرنش)

حساسیت به کرنش طولی است Gauge Factor

$\left(\frac{\Delta R}{R} = G.F.\ \varepsilon\right)$ درصد تغییرات مقاومت $\left(\frac{\Delta R}{R}\times 100\right)$ نسبت به کرنش (برحسب درصد ...) افزایش می‌یابد.

G.F. برای آلیاژهای فلزی در محدوده 2-4.5 و برای نیمه‌رسانا‌ها معمولاً بسیار بالاتر (>100) را دارا است.

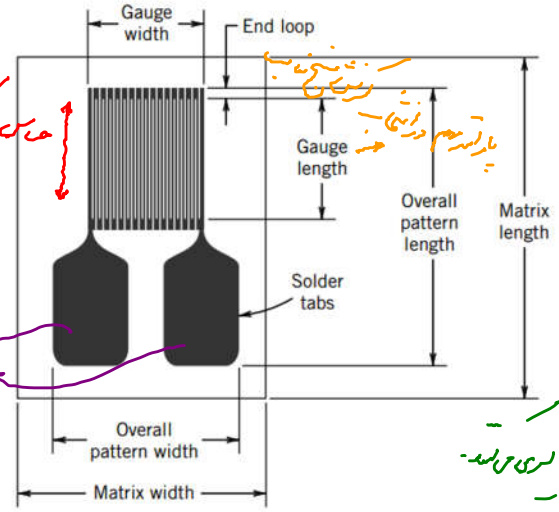
(ضریب انبساط حرارتی $\alpha = 2\times10^{-5}\ \frac{1}{C}$ و $\rho = 49\times10^{-8}\ \Omega m$ مقاومت مخصوص در صفحات کرنش سنج فلزی)

Strain Gauge	Composition	Gauge Factor (λ)
Constantan (Advance)	55% cu , 45% Ni	2
Isoelastic1	36% Ni, 8% Cr, 4% Mn, Si, Molybednum, 52% Fe	3.5
Isoelastic2	36% Ni, 8% Cr, 0.5% Molybednum, 55.5% Fe	3.6
Armour D	70% Fe, 20% Cr, 10% Al	2
Platinum-Tungsten	92% Pt, 8% W	4
Nichrome V	80% Ni, 20% Cr	2.1
Semiconductor Strain Gauge		130

PARAMETER	METAL STRAIN GAGE	SEMICONDUCTOR STRAIN GAGE
Measurement Range	0.1 to 40,000 μc (ε <4%)	0.001 to 3000 μc
Gage Factor	2.0 to 4.5	v.s. 50 to 200
Resistance, (Ω)	120, 350, 600, ..., 5000	1000 to 5000
Resistance Tolerance	0.1% to 0.2%	1% to 2%
Size, mm	0.4 to 150 Standard: 3 to 6	1 to 5

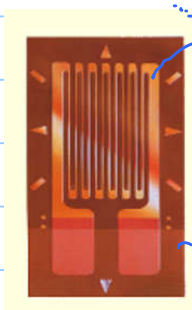
کاربرد کرنش سنج‌های تهیه شده از نیمه‌هادی‌های سیلیکونی در ساخت ترنسدیوسرهای بسیار کوچک (تشخیص فشار، شتاب‌سنج (8mm → 15 ksi) ...)

حساسیت بسیار بیشتر به کرنش جانبی



- کرنش سنج‌ها با تغییر کرنش بر سطحی که بر آن نصب شده‌اند
- با اندازه‌گیری مقاومت کرنش سنج در اثر وجود کرنش بار وارده
- فقط اندازه‌گیری کرنش در راستای طول کرنش سنج
- کرنش سنج استاندارد، فقط کرنش طولی (در راستای طول) را اندازه‌گیری می‌کند.
- استفاده از آلیاژی با مقاومت الکتریکی بالا است تا در کرنش‌های بزرگ تغییرات مقاومت در اثر کرنش

$L\uparrow \rightarrow R\uparrow \rightarrow \Delta R\uparrow$



- جنس شبکه کرنش سنج سیم‌پیچی یا فلز ورقه‌ای

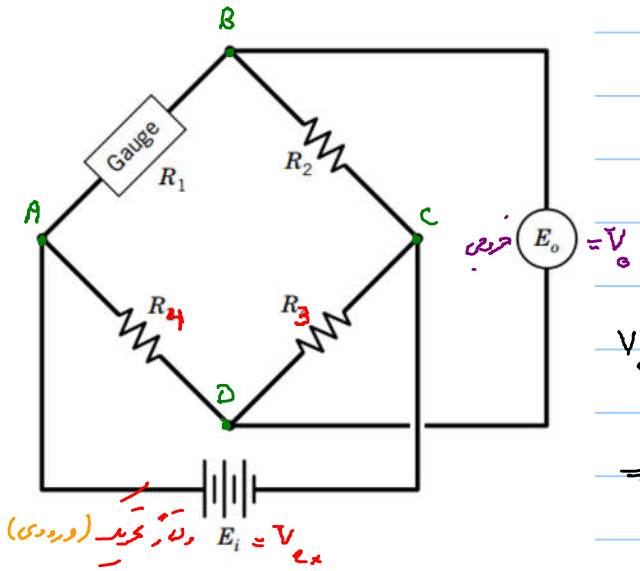
Ceramic-Based Cements, Cellulose Nitrate Cement, Epoxies ... استفاده می‌شود.

(... Glass reinforced Phenolic-polyimide ، پلی‌ایمید)

* پل وتستون (Wheatstone Bridge)

- تغییرات مقاومت به روش پیچ توسط پل وتستون به سادگی قابل تعیین است.

(نزدیک‌های مقابل : " R_1, R_3 " ، " R_2, R_4 ")



خروجی $= V_o$

ولتاژ تحریک (ورودی)

$$V_{AB} = \frac{R_1}{R_1+R_2} E_i$$

$$V_{AD} = \frac{R_4}{R_3+R_4} E_i$$

$$V_o = V_{BD} = V_{AB} - V_{AD} = \left(\frac{R_1}{R_1+R_2} - \frac{R_4}{R_3+R_4} \right) E_i$$

$$\Rightarrow E_o = V_o = \frac{R_1R_3 - R_2R_4}{(R_1+R_2)(R_3+R_4)} E_i$$

$$\rightarrow V_o = 0 \text{ (پل در شرایط تعادل)} = \{ R_1R_3 - R_2R_4 = 0 \} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3} = r$$

- بسیار متداول است که $R = R_1 = R_2 = R_3 = R_4$ انتخاب شود.

- اگر هر چهار مقاومت پل به اندازه ΔR_i تغییر کند و ولتاژ خروجی از حالت تعادل $V_o = 0$ به $V_o = \Delta V_o$ تغییر یابد:

$$\Delta V_o = \left(\frac{(R_1+\Delta R_1)}{(R_1+\Delta R_1)+(R_2+\Delta R_2)} - \frac{(R_4+\Delta R_4)}{(R_3+\Delta R_3)+(R_4+\Delta R_4)} \right) E_i$$

- رابطه بالا را با استفاده از حساب دیفرانسیل بر حسب ΔR ها تقریب می‌زنیم:

تقریب $\simeq$

$$\Delta V_o \simeq \frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)^2} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) E_i$$

$$\frac{R_1}{R_2} = r \Rightarrow \Delta V_o = \frac{r}{(1+r)^2} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right) E_i$$

فرض $\frac{\Delta R_i}{R_i} \ll 1$ $\rightarrow$ $dE_o = \sum_{i=1}^{4} \frac{\partial E_o}{\partial R_i} R_i$ ↑

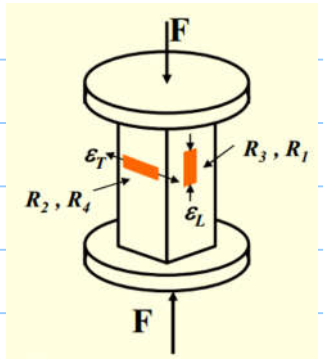
حساسیت پل $S = \frac{\frac{\Delta V_o}{V_{in}}}{\frac{\Delta R}{R}}$ (با فرض $R_1 = R_4 = R$)

- در صورت بهره گیری از دو ترانس سنج (مدل Half Bridge) حساسیت به صورت زیر است (چرا؟) / برای چه ترانس سنج حساسیت حداکثر خواهد شد؟

	بازوهای مجاور فعال دیگر (نظیر 1و2، 2و3، 3و4، 4و1) (Active Adjacent Arms)	بازوهای متقابل فعال دیگر (1و3، 2و4) (Active opposite Arms)
ΔR_1 هم علامت	$S = 0$ حساسیت صفر	$S = \frac{1}{2}$
ΔR_1 غیر هم علامت	$S = \frac{1}{2}$	$S = 0$

- بنابراین اگر هدف جمع شدن تغییر مقاومت ها در اثر نیرو باشد: باید بازوهای متقابل هم علامت و تغییر مقاومت ها غیر هم علامت.

ب) اندازه گیری نیرو توسط لودسل های ستونی (pillar load cells)



$$\varepsilon_{R_1} = \varepsilon_{R_3} = \frac{F}{AE} = \varepsilon_l$$ (در اثر کشش شیح ها کشیده)

$$\varepsilon_{R_2} = \varepsilon_{R_4} = -\nu \frac{F}{AE} = -\nu \varepsilon_l$$

$$\frac{\Delta R_1}{R_1} = \frac{\Delta R_3}{R_3} = (G.F.)\,\varepsilon_l$$

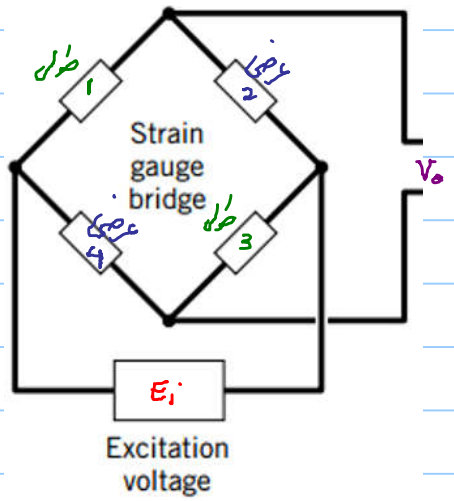
$$\frac{\Delta R_2}{R_2} = \frac{\Delta R_4}{R_4} = (G.F.)\,\varepsilon_t = -\nu (G.F.)\,\varepsilon_l$$

$$\Delta V_o = \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4}\right) E_i$$

$$\Rightarrow \quad \Delta V_o = \frac{\frac{1}{2}(1+\nu).(G.F.)E_i}{AE} F$$

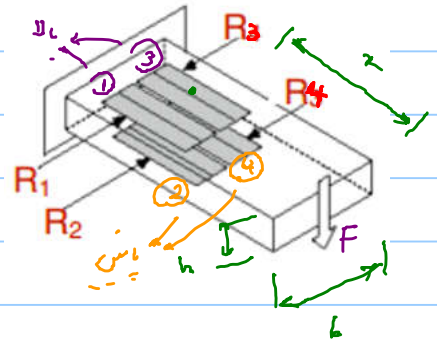
حساسیت سنسور (S)

- با ظرفیت سنسور و ↑ حساسیت S
- ↑ ظرفیت سنسور، با حساسیت S



* این روش از ترانس سنج ها، اثرات نویز های ناشی از دما (به عنوان ورودی نامطلوب) را حذف می کند

۲) سلول نیروی نوع تیر برشی

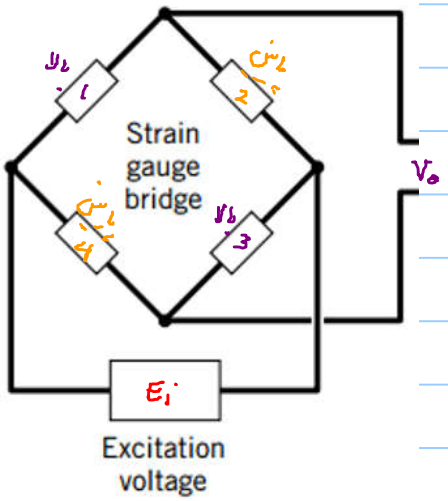


$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\varepsilon_4 = \frac{(Fx)\frac{h}{2}}{(\frac{1}{12}bh^3)E} = \frac{6Fx}{Ebh^2}$$

$$\frac{\Delta R_i}{R_i} = (G.F.)\,\varepsilon_i$$

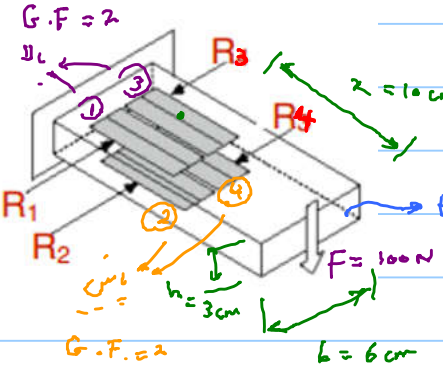
$$\Rightarrow E_o = \frac{6x\cdot(G.F.)E_i}{Ebh^2} F \Rightarrow E_o = SF$$

حساسیت سلول نیروی (load cell) نوع تیر برشی



- این روش، از رایج‌ترین روش‌ها برای نیروهای محوری و ... است.

- مثال: چهار روش سیم مقاومت‌دار مطابق سلول نصب شده‌اند. به انتهای این تیر، نیروی F وارد می‌شود. با توجه به اطلاعات مدون ارائه شده، الف) تغییرات هر روش سیم را پس از اعمال نیروی F محاسبه نمایید. ب) اگر ولتاژ ورودی به سلول از این چهار روش سیم، 12V باشد، ولتاژ خروجی سلول چقدر است؟



$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 120\,\Omega$: مقدار اسمی سیم

$E = 7\times10^9$ Pa (مدول الاستیسیته)

$$\varepsilon_1 = -\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\varepsilon_4 = \frac{\sigma}{E} = \frac{My}{EI} = \frac{6(Fx)}{Ebh^2} = \frac{6\times100\times0.1}{7\times10^9\times0.06\times0.03^2} = 1.6\times10^{-4}$$

$$\frac{\Delta R}{R_0} = G.F.\ \varepsilon \Rightarrow \Delta R = R_0 \cdot (G.F)\ \varepsilon$$

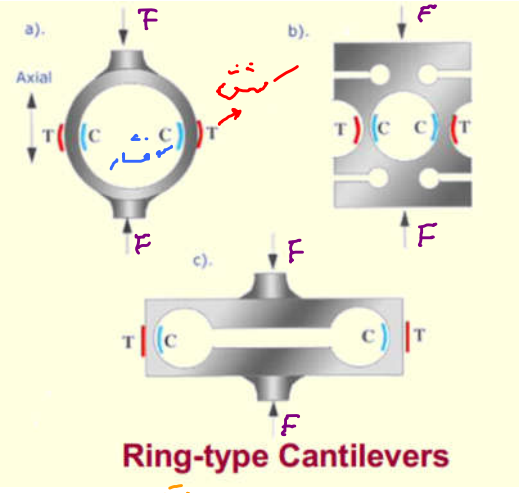
با قرارداد بیان تغییر مقاومت عبارت است از:

$$\Rightarrow \begin{cases} R_1 = R_3 = R_0(1+(G.F.)\varepsilon) \Rightarrow R_1 = R_3 = 120.038\ \Omega \\ R_2 = R_4 = R_0(1-(G.F)\varepsilon) \Rightarrow R_2 = R_4 = 119.962\ \Omega \end{cases}$$

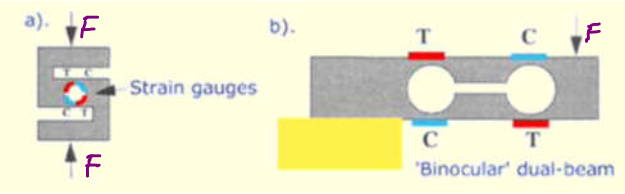
$$\Rightarrow V_0 = \left(\frac{R_0(1+(G.F.)\varepsilon)}{R_0(1+G.F\,\varepsilon)+R_0(1-G.F.\,\varepsilon)} - \frac{R_0(1-(G.F.)\varepsilon)}{R_0(1+G.F\,\varepsilon)+R_0(1-G.F.\,\varepsilon)} \right) E_i$$

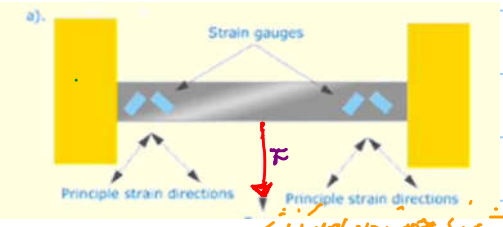
$$\Rightarrow V_0 = \left(\frac{1+G.F.\,\varepsilon}{2} - \frac{1-G.F.\,\varepsilon}{2} \right) E_i \Rightarrow V_0 = 2 \times 1.6\times10^{-4} \times 12 = 0.0038\ V$$

- لودسل‌های مختلف جهت محاسبه نیروهای محوری و برشی:



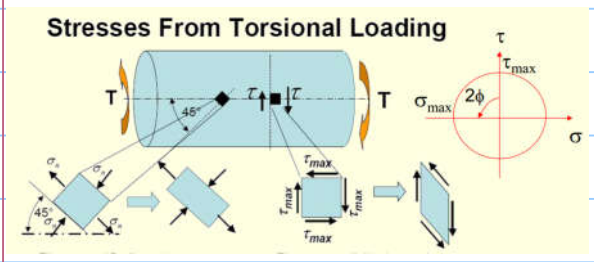
حلقه‌ای

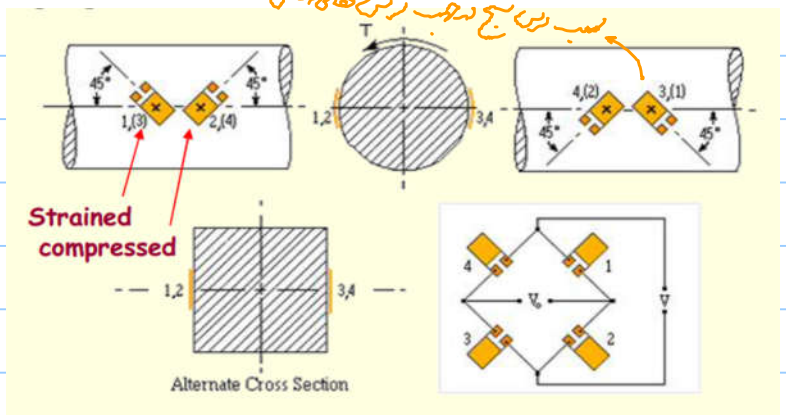




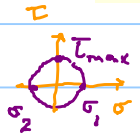
اتصال برش سه‌بازو جهت های اصلی برش

(Torque Cells) ( )





$$\tau_{xy} = \frac{Tr}{J} = \frac{16T}{\pi D^3} \qquad J = \frac{\pi D^4}{32}$$



$$\sigma_1 = -\sigma_2 = \tau_{max} = \frac{16T}{\pi D^3}$$

قانون هوک برای حالت تنش صفحه‌ای

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left(\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)\right) \Rightarrow \varepsilon_1 = \frac{16T}{\pi D^3}\left(\frac{1+\nu}{E}\right)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left(\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)\right) \Rightarrow \varepsilon_2 = \frac{-16T}{\pi D^3}\left(\frac{1+\nu}{E}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{V_o = \underbrace{\frac{16}{\pi D^3}\left(\frac{1+\nu}{E}\right)\cdot(G.F)\cdot E_i}_{\text{حساسیت } S}\, T}$$